

COMPARACIÓN DE MODELOS DE SIMULACION PARA EL CONTROL DE LA PRODUCCIÓN DE SISTEMAS DE MANUFACTURA NO CONFIABLES

Héctor Rivera-Gómez, Oscar Montaña-Arango, Jaime Garnica-González y Eva Selene Hernández-Gress

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Área Académica de Ingeniería, Profesor-Investigador, Carretera Pachuca-Tulancingo km 4.5, Ciudad del Conocimiento, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México, 42184. Tfno.: 7172000, extensión: 4001, hriver06@hotmail.com

Received: 4/aug/2014 – Accepted: 23/oct/2014 – DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/MN7262>

SIMULATION MODELS COMPARISON FOR THE PRODUCTION CONTROL OF UNRELIABLE MANUFACTURING SYSTEMS

ABSTRACT:

This paper deals with the production control problem of an unreliable manufacturing system subject to random failures and repairs. The applied production policy is based on the so-called Hedging Point Policy (HPP), which consists in building and maintaining a safety stock of product in order to fulfill the demand, and protect the production system against shortages during maintenance actions. The main objective of the study is the assessment of the ARENA simulation software at reproducing accurately the dynamics and the stochastic behavior of a manufacturing system governed by the HPP. To this end, three simulation models were developed, based on concepts of discrete and continuous simulation. The HPP is applied as the control rule for the simulation models, where we seek to determine the optimal production policy that minimizes the total incurred cost which comprises the inventory and the backlog cost. Simulation results are validated with an analytical solution and a comparison of the simulation models are conducted in terms of accuracy and time economy. The obtained results show that the continuous simulation model with C++ inserts outperforms the rest of the models.

Keywords: modeling methodologies, manufacturing system, discrete simulation, continuous simulation, optimal control.

RESUMEN:

Este artículo aborda el problema de control de la producción de un sistema de manufactura no-confiable sujeto a fallas y reparaciones aleatorias. La política de producción aplicada está basada en la Política de Punto de Cobertura (PPC), la cual consiste en construir y mantener un inventario de seguridad de productos a fin de satisfacer la demanda, y proteger el sistema de producción contra la falta de producto durante acciones de mantenimiento. El objetivo principal del estudio es la evaluación del software de simulación ARENA al reproducir exactamente la dinámica y el comportamiento estocástico de un sistema de manufactura gobernado por la PPC. Para este fin, tres modelos de simulación son desarrollados, basados en conceptos de simulación discreta y continua. La PPC se utiliza como la regla de control para los modelos de simulación, donde se busca determinar la política de producción óptima que minimiza el costo total incurrido, el cual incluye el costo de inventario y el costo de faltantes. Los resultados de simulación son validados con una solución analítica y una comparación de los modelos de simulación es realizada en términos de exactitud y economía de tiempo. Los resultados obtenidos indican que el modelo de simulación continua con código C++ supera al resto de los modelos.

Palabras clave: metodologías de modelación, sistemas de manufactura, simulación discreta, simulación continua, control óptimo.

1.- INTRODUCCIÓN

En este artículo se estudia el problema de control de la producción de un sistema de manufactura no-confiable. Este tipo de sistemas son considerados como modelos de control óptimo complejos, porque soluciones analíticas son poco conocidas. Esta dificultad promueve el desarrollo de alternativas de solución, (por ejemplo basados en simulación), en periodos de tiempo razonables. Por lo tanto, en este artículo nos interesamos en la evaluación del software de simulación ARENA, para reproducir con exactitud la dinámica y el comportamiento estocástico de un sistema de manufactura propuesto. Se analiza este software, puesto que es uno de los programas de simulación más populares con aplicaciones académicas e industriales en Norte América.

A lo largo de los años, varios investigadores han estudiado el área de control óptimo, por ejemplo Akella y Kumar [1] propusieron una solución analítica completa para el problema de controlar la tasa de producción de un sistema de manufactura con demanda constante y propenso a fallas. Se tiene otra solución analítica en el trabajo de Bielecki y Kumar [2], donde presentan una solución del modelo previo pero sin el criterio del costo descontado. Estos trabajos

ayudaron a consolidar la denominada Política de Punto de Cobertura, (PPC). Después Sharifnia [3] estableció que la PPC es susceptible a generalizaciones tales como múltiples-estados. A primera vista, encontrar una solución analítica para este tipo de sistemas de producción es una tarea difícil, afortunadamente, enfoques alternativos basados en simulación han sido desarrollados. Por ejemplo, Kenné et al. [4] combinaron un modelo de simulación de eventos discretos con un enfoque analítico para incluir demanda estocástica y tamaño de lotes de producción. Otra aplicación de simulación fue realizada por Kenné y Gharbi [5], donde se desarrolló un modelo que considera la edad de la máquina y mantenimiento preventivo. Gharbi y Kenné [6] abordaron el problema de control de la producción de un sistema que involucra múltiples máquinas que producen diferentes tipos de partes. Un número de factores han sido estudiados durante el tiempo en el área del control óptimo, por ejemplo Hajji et al. [7] estudiaron el impacto de los tiempos de configuración en la política de control, y propusieron una política de corredor que supera la PPC. Líneas de producción son estudiadas por Lavoie et al. [8], donde se logró optimizar los parámetros de control con un modelo de simulación discreta y uno continuo. Otro modelo de simulación fue presentado por Lavoie et al. [9], quienes compararon a través de simulación diferentes mecanismos tales como Kanban, CONWIP e Hybrid. La aleatoriedad ha sido extendida a un caso más complejo por Hajji et al. [10], donde se estudió el contexto de una cadena de suministro, con un productor no confiable y un proveedor.

La simulación ha recibido una aplicación generalizada y ha probado ser una herramienta efectiva, tal como se presenta en el trabajo de Errasti et al. [11], donde se evaluó el impacto de varias estrategias operacionales con respecto al tiempo total de configuración de un sistema de producción, se identificó los factores principales significativos e interacciones a través de un análisis ANOVA. Martínez-Miguel et al. [12] desarrolló un modelo de simulación para mejorar la estrategia de suministro de una firma; su modelo se enfoca en aumentar las ventas y la calidad del servicio de clientes estratégicos. Jimenez-Garcia et al. [13] compararon diferentes estrategias de manejo de material a fin de minimizar los trabajos pendientes y tiempos de espera de un sistema de manufactura esbelto. Otra aplicación de simulación en el área de la PPC fue presentado por Berthaut et al. [14], quienes trataron la determinación de las tasas de producción y mantenimiento preventivo periódico. Recientemente, Gharbi et al. [15] analizaron el caso del problema de control de la producción de una celda de manufactura con una máquina central y una de reserva. Rivera-Gómez et al. [16] analizaron a través de simulación, estrategias conjuntas de planeación de la producción y mantenimiento para una máquina sujeta a degradación con defectivos crecientes. Un enfoque experimental basado en simulación fue propuesto por Bouslah et al. [17], donde se definió el tamaño de lote óptimo y políticas de producción para un sistema de manufactura con producción imperfecta, donde el control de calidad de los lotes se desarrolla con un plan de muestro de aceptación. Una mirada más cercana a estos artículos revela que los enfoques de simulación han sido extremadamente útiles al analizar sistemas de manufactura complejos controlados por la PPC. Sin embargo, una comparación de varias alternativas de simulación para este tipo de sistemas de producción no-confiables no ha sido abordada aun.

En esta revisión de la literatura, se puede observar que el área de control óptimo es muy activa, porque su fortaleza consiste en considerar el comportamiento estocástico de sistemas de producción reales, y la simulación ha probado ser una alternativa eficiente para superar la dificultad de determinar soluciones analíticas para este tipo de sistemas. La contribución de este artículo se ilustra adicionalmente con un ejemplo numérico, el cual nos dará una idea acerca de la implementación del software de simulación ARENA para modelar sistemas de manufactura estocástico controlados por la PPC, según nuestro conocimiento esto no ha sido abordado aun en la literatura. Se desarrollaron tres modelos de simulación basados en conceptos de simulación discreta y continua. Una comparación del desempeño de los modelos de simulación es realizada, basada en dos índices: i) la exactitud de los resultados, ii) la velocidad de los modelos. Estos indicadores son la clave para obtener políticas de control de la producción óptimas y con exactitud en periodos cortos de tiempo.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera: La Sección 2.1 establece la notación requerida por el modelo. La descripción del problema de planeación de la producción es presentada en la Sección 2.2, la formulación matemática es detallada en la Sección 2.3. El enfoque propuesto es descrito en la Sección 2.4, también esta sección describe la lógica aplicada en los modelos de simulación. Subsecuentemente, una comparación de los modelos de simulación es presentada en la Sección 3. Finalmente, la Sección 4 presenta una discusión de los resultados, y la Sección 5 concluye el artículo.

2.- MATERIALES Y MÉTODOS

2.1.- NOTACIÓN

Primero, permítanos introducir la siguiente notación:

$x(t)$	Nivel de inventario en el tiempo t
$u(t)$	Tasa de producción del sistema de manufactura en el tiempo t
d	Tasa de demanda constante
u_{max}	Tasa de producción máxima
c^+	Costo incurrido por unidad de partes producidas del inventario positivo
c^-	Costo incurrido por unidad de partes producidas de trabajos atrasados
ρ	Tasa de descuento
$MTTF$	Tiempo promedio a la falla
$MTTR$	Tiempo promedio de la reparación
Z^*	Umbral óptimo de producción
$g(\cdot)$	Función de la tasa de costo
$v(\cdot)$	Función valor
$\lambda_{\alpha\alpha'}$	Tasa de transición del modo α al modo α'
$Q(\cdot)$	Generador de Markov estocástico
$C(Z)$	Costo total obtenido por simulación
$\hat{C}(Z)$	Función de costo estimado por el modelo de regresión
C_{DISC}	Función de costo del modelo de simulación discreto
C_{C++}	Función de costo del modelo de simulación continuo C++
C_{VBA}	Función de costo del modelo de simulación continuo VBA
β_n	Coefficientes de regresión
$\dot{x}(t)$	Ecuaciones diferenciales para la dinámica de inventario
θ	Variable binaria para indicar fallas y reparaciones

2.2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El sistema de manufactura de base para el estudio consiste de una sola máquina no-confiable que produce un tipo de parte, tal como se ilustra en la Figura 1. La máquina puede producir a su máxima capacidad u_{max} para satisfacer una tasa de demanda constante d de productos. Adicionalmente, está sujeta a fallas aleatorias, las cuales están definidas por la distribución exponencial, con media $MTTF$. Después de una falla la máquina es reparada durante un periodo de tiempo aleatorio denotado por la distribución exponencial con media $MTTR$. En la falla, la máquina para de producir piezas, y el nivel de inventario decrece. Si la máquina no está disponible por un periodo de tiempo, entonces los trabajos atrasados aumentan. El objetivo del modelo es determinar la tasa de producción $u(t)$ que minimiza el costo total incurrido, considerando el costo de inventario y trabajos pendientes. La Figura 1 presenta el diagrama de bloques para el sistema de manufactura bajo consideración.

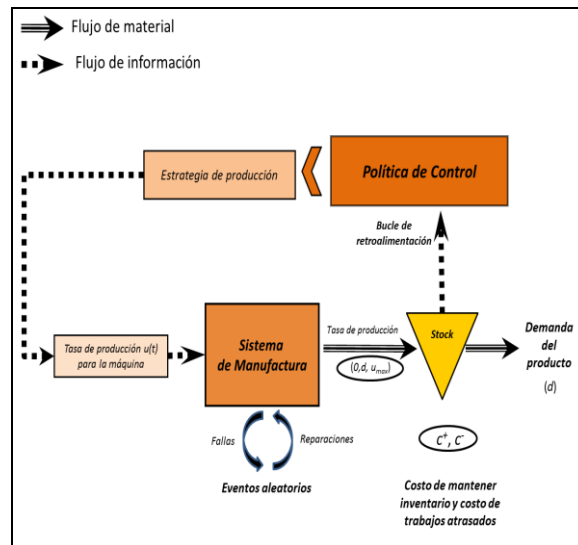


Fig. 1: Diagrama de bloques del sistema de manufactura

2.3.- MODELO DE CONTROL DE LA PRODUCCIÓN

La formulación del problema consiste en un modelo de programación dinámico estocástico, conformado de varias características. Una cadena de Markov es utilizada para definir dos modos, $\zeta(t)$; operacional cuando $\zeta(t)=1$, y en falla cuando $\zeta(t)=2$. Donde $Q(\cdot) = \{\lambda_{\alpha\alpha'}(\cdot)\}$ refiere a la matriz de transición. La máquina será capaz de satisfacer la demanda d de producto, solo si la siguiente condición de factibilidad es satisfecha:

$$u_{\max} \cdot \pi_1 \geq d \quad (1)$$

donde u_{\max} es la máxima tasa de producción de la máquina, y π_1 es el porcentaje del tiempo que la máquina está en el modo operacional, y que puede ser calculado como:

$$\pi_1 = \frac{1}{1 + \lambda_{12} / \lambda_{21}} \quad (2)$$

donde λ_{12} y λ_{21} denota las tasas de transición entre modos. La variable de control del modelo es la tasa de producción $u(\cdot)$. Por lo tanto, el conjunto de decisiones admisibles depende del proceso estocástico $\zeta(t)$ y está dado por:

$$\Gamma(\alpha) = \{u(\cdot) \in R, 0 \leq u(\alpha, \cdot) \leq u_{\max}\} \quad (3)$$

Las dinámicas del sistema, están relacionadas con la variable del inventario $x(\cdot)$, la cual evoluciona basado en la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{x}(t) = u(t) - d \quad (4)$$

El estado del sistema tiene una condición híbrida; un componente discreto $\zeta(t)$, que indica el modo de la máquina, (operacional o falla), y un componente continuo denotado por el nivel de inventario $x(t)$, definiendo entonces el vector $(\zeta(t), x(t))$. La función de costo del modelo $g(\cdot)$ para cada condición inicial $(\zeta(t), x(t))$ es:

$$g(\alpha, x, u) = c^+ x^+ + c^- x^- \quad (5)$$

con

$$\begin{aligned}x^+ &= \max(0, x) \\x^- &= \max(-x, 0)\end{aligned}$$

donde c^+ y c^- son constantes dadas utilizadas para penalizar el inventario y los trabajos atrasados. El objetivo del modelo es determinar una política de producción que minimice la integral del siguiente costo esperado descontado:

$$v(\alpha, x, u) = \inf_{u \in \Gamma(\alpha)} E \left[\int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(\cdot) dt \mid \xi(0) = \alpha, x(0) = x \right] \forall (u) \in \Gamma(\alpha) \quad (6)$$

La función valor $v(\alpha, x, u)$ denota el valor óptimo de la función costo, cuando la política de producción óptima es aplicada, y esta satisface propiedades específicas llamadas *condiciones de optimalidad*. Al considerar el principio de optimalidad se puede dividir la integral en dos partes, como sigue:

$$v(\alpha, x, u, t) = \inf_{(u) \in \Gamma(\alpha)} E \left[\int_0^t e^{-\rho t} g(\cdot) dt + \int_t^{\infty} e^{-\rho t} g(\cdot) dt \mid \alpha(0), x(0) \right] \quad (7)$$

Acciones de control deben ser seleccionadas para minimizar la suma de estos dos términos. Se puede simplificar considerablemente la función valor $v(\alpha, x, u)$, asumiendo que es diferenciable y eliminando el operador esperanza E , por lo tanto después de extensivas manipulaciones, se tiene:

$$\rho v(\alpha, x, u) = \min_{(u) \in \Gamma(\alpha)} \left\{ g[\alpha, x, u] + \frac{dv}{dx} [\alpha, x] \dot{x} + Q(\cdot) v[\alpha, x](\alpha) \right\} \quad (8)$$

En resumen, la Ecuación (8) es la denominada ecuación Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB), la cual denota una política de retroalimentación de control óptimo, para mayores detalles referirse a Gershwin [18]. En este caso la tasa de producción puede ser caracterizada por un solo umbral de producción Z^* , llamado Punto de Cobertura, en función del nivel de inventario, tal como se indica en Kimemia y Gershwin [19]:

$$u(1, x)^* = \begin{cases} u_{\max} & \text{if } x(t) < Z^* \\ d & \text{if } x(t) = Z^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

La Ecuación (9) define la PPC, la cual sugiere que cuando la máquina está en el estado operacional, $\zeta(t)=1$, debe producir a su tasa máxima de producción u_{\max} , si el nivel de inventario $x(t)$ es inferior que el umbral de producción Z^* . Producir a la tasa de demanda d , si el nivel de inventario es igual que el umbral Z^* , y no producir si el inventario excede el umbral Z^* .

2.4.- MÉTODOS

La mayor dificultad inherente de la Ecuación HJB (8), es que soluciones analíticas son difíciles de obtener, en lugar de esto métodos numéricos han sido aplicados desde Boukas y Haurie [20]. Sin embargo, inclusive estos requieren demasiado tiempo para ser aplicados a nivel operacional, Berthaut et al. [21]. Por esta razón, se propone un enfoque alternativo de simulación-optimización para aproximar el parámetro de control Z^* . La ventaja técnica de la simulación es que permite fácilmente la implementación de asunciones extras en el modelo, tales como dinámicas no-markovianas. Además, la simulación provee una aproximación de los parámetros de control en periodos razonables de tiempo.

En particular, se consideran las siguientes actividades en la investigación:

- i. En la primera etapa, basado en el Sistema presentado en la sección 2, y la política de producción descrita en la Ecuación (9), se desarrollan tres modelos de simulación utilizando diferentes módulos del software ARENA. El indicador del desempeño para los modelos es el costo total esperado $C(Z)$, que consiste en la suma del costo de inventario y trabajos atrasados para una vector de capacidad Z :

$$C(Z) = c^+ x^+ + c^- x^- \quad (10)$$

donde, x^+ y x^- son estadísticos persistentes en el tiempo del inventario positivo y negativo reportado por el modelo de simulación.

- ii. En la segunda etapa, varias réplicas de simulación son realizadas para ajustar una ecuación de regresión a fin de optimizar los resultados de simulación y estimar el costo total C y el parámetro de control óptimo Z^* .

$$\hat{C}(Z) = \beta_0 + \beta_1 Z + \beta_2 Z^2 + \epsilon \quad (11)$$

donde $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$, con parámetros desconocidos y ϵ es el error residual.

- iii. En la tercera etapa, se aplica un análisis de varianza (ANOVA) para indicar si el modelo de regresión provee un buen ajuste para los datos de simulación, se verifica la homogeneidad de las varianzas y la condición de normalidad de los residuos. Se validan los modelos de simulación con una solución analítica, también se comparan los modelos en términos de exactitud y economía de tiempo para identificar la opción más apropiada.

2.4.1- MODELOS DE SIMULACIÓN

El principal interés de este artículo es el desarrollo de tres modelos de simulación a fin de identificar la opción más exacta y rápida disponible en el software ARENA, para modelar sistemas de manufactura tales como el presentado en la Sección 2. Conceptos de simulación discreta y continua fueron aplicados en nuestros modelos de simulación:

- A. Modelo discreto: donde cambios en la variable de estado (nivel de inventario) ocurren en instantes discretos de tiempo.
- B. Modelo continuo VBA: combina módulos del software ARENA con una rutina en Visual Basic (VBA) para calcular el valor de la ecuación de estado (4).
- C. Modelo continuo C++: combina módulos de ARENA con una rutina en C++ para el cálculo de la ecuación de estado (4).

El enfoque empleado se describe con el uso de un diagrama de bloque, el cual muestra gráficamente la lógica de los diferentes modelos de simulación. En la siguiente sección, se explica cada modelo a detalle.

2.4.1.1- MODELO DE SIMULACIÓN DISCRETO

En este modelo todos los eventos aleatorios y actualizaciones del nivel de inventario son realizados en puntos discretos en el tiempo, asumiendo que la máquina produce partes discretas. La descripción de los bloques de este modelo es la siguiente:

1. Bloque de INICIALIZACIÓN: lee el valor del parámetro de control Z . También inicializa los valores del resto de parámetros requeridos en el modelo, tales como: la tasa de demanda d , las medias $MTTF$ y $MTTR$ para las distribuciones aleatorias de fallas y reparación, y la tasa máxima de producción u_{max} .
2. Bloque de DEMANDA: utiliza una expresión derivada de la demanda d para simular una demora de tiempo que modela la demanda constante de productos.
3. Bloque de la MÁQUINA NO-CONFIABLE: simula la producción de partes discretas, definiendo como recurso del modelo la máquina no-confiable, y utiliza el tiempo de producción definido por el bloque de la Política de Control. La máquina es no-confiable debido a las fallas aleatorias y reparaciones definidas por la $MTTF$ y $MTTR$.
4. Bloque de la POLÍTICA DE CONTROL, está basado en la Ecuación (9) y define el tiempo de producción requerido para producir una parte. Para implementar este bloque es necesario el valor del inventario actual.

También una señal es utilizada para reiniciar la producción si el nivel actual de inventario es inferior que el umbral de producción Z .

5. Bloque de ACTUALIZACIÓN DE LOS NIVELES DE INVENTARIO: actualiza el nivel del inventario positivo y negativo después de cada evento discreto, en este caso, después de la producción de una parte, al arribo de la demanda o en la falla.
6. Bloque de AVANCE DE TIEMPO: actualiza el tiempo actual basado en un calendario de eventos discretos, el cual están dados por una distribución exponencial utilizada para simular fallas y reparaciones.
7. Bloque de SALIDA: manda a un archivo externo estadísticos persistentes en el tiempo del inventario positivo y negativo, la duración expresada en segundo requeridos para correr una replicación.

La simulación corre hasta que el tiempo de simulación T_{sim} alcanza el tiempo de paro T_{end} . Este tiempo es definido como el monto de tiempo necesario para garantizar condiciones estado estable.

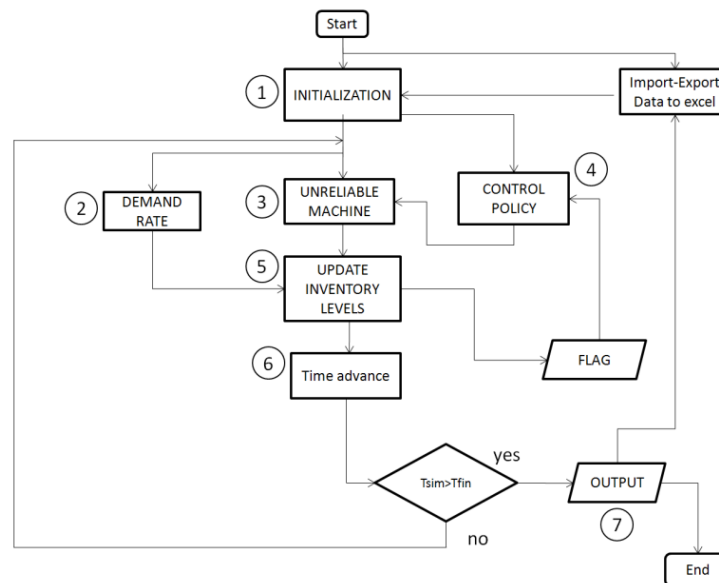


Fig. 2: Diagrama de bloque para el modelo discreto

2.4.1.2- MODELO DE SIMULACIÓN CONTINUO

A fin de comprender mejor la lógica de los modelos continuos, (C++ y VBA) un diagrama de bloque es presentado en la Figura 3. La distinción de estos modelos es que utilizan la ecuación diferencial (4) para describir cambios en el nivel de inventario en lugar de saltos discretos de tiempo. La diferencia entre los dos modelos continuos, está basada en el tipo de lenguaje de programación aplicado en los cálculos de la ecuación diferencial (4), se utiliza ya sea archivos en C++ o VBA. La descripción de los diferentes bloques utilizados en este modelo es:

1. Bloque de INICIALIZACIÓN: lee de un archivo externo las entradas requeridas e inicializa los valores del resto de parámetros necesarios para la simulación, tales como Z , d , $MTTF$, $MTTR$ y u_{max} .
2. Bloque de FALLAS Y REPARACIONES: cambia el valor de la variable binaria θ para indicar la presencia de fallas y reparaciones, en las dinámicas del sistema denotado por la Ecuación (4).
3. Bloque de la POLITICA DE CONTROL: define la tasa de producción que es implementada a través del uso de redes de observación que indican cuando se ha alcanzado el umbral de producción Z , como indica la Ecuación (9).
4. Bloque de la ECUACIÓN DE ESTADO: está definido en un archivo C++ o VBA adjunto a los modelos continuos. Describe las dinámicas del inventario utilizando la ecuación diferencial (4), necesita para su operación; la tasa de producción establecida por el bloque de la Política de Control, la tasa de demanda constante d , y el valor de la variable binaria θ .

5. Bloque de AVANCE DE TIEMPO: cambia el tiempo actual basado en un calendario de eventos discretos, el valor de variables continuas, eventos al alcanzar el umbral y especificación de paso de tiempo.
6. Bloque de ACTUALIZACIÓN DE LOS NIVELES DE INVENTARIO: rastrea las variaciones del inventario positivo y negativo para el tamaño de paso seleccionado. Las variables cumulativas son integradas utilizando el método de Runge-Kutta-Fehlberg
7. Bloque de SALIDA: manda a un archivo estadísticos de estado estable del inventario y trabajos atrasados y la duración de la corrida de simulación.

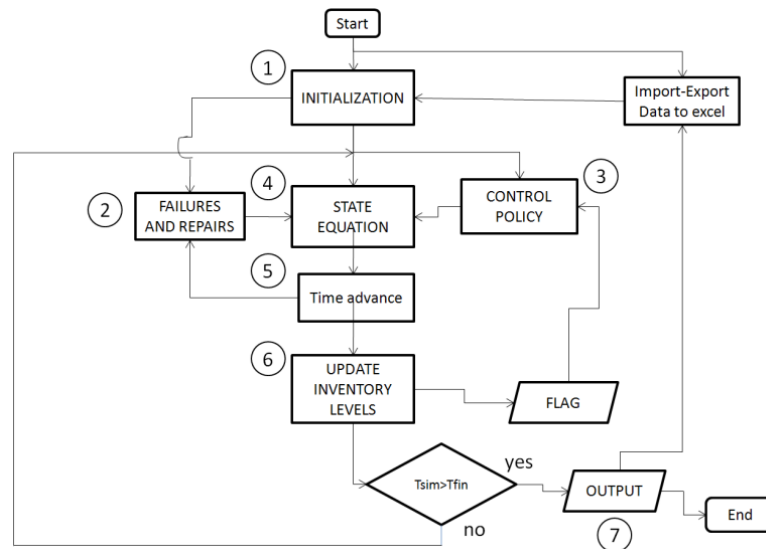


Fig. 3: Diagrama de bloque para el modelo continuo

3.- RESULTADOS

En esta sección se compararan tres modelos de simulación en términos de: i) exactitud de los resultados, y ii) tiempo computacional. De una serie de replicaciones fuera de línea, la duración de la corrida de simulación es definido como 100,000 unidades de tiempo (para asegurar condiciones estado estable) con un periodo de calentamiento de 10,000 unidades de tiempo, tal como sugiere Rossetti [22]. Los parámetros de los modelos de simulación son presentados en la Tabla 1, la cual reporta una disponibilidad del 91% de acuerdo con la Ecuación (2).

$MTTF$	$MTRR$	Disponibilidad	d	u_{max}	C^-	C^+
1	0.1	0.91	100	120	1	10

Tabla 1: Datos para la simulación

Para determinar los coeficientes desconocidos del modelo de regresión (11), se realizaron cuatro replicas por cada modelo, con su propia cadena de números aleatorios. En total, cada modelo de simulación, realiza $(20 \times 4) = 80$ réplicas. Análisis ANOVA son realizados a los resultados de simulación, aplicando el software estadístico STATGRAPHICS. A manera de ejemplo, la Tabla 2 ilustra la tabla ANOVA de los datos recolectados del modelo de simulación continuo C++. El modelo de regresión cuadrático es un buen ajuste para los datos dado que el P-value < 0.05. Además, se encontró que el 96.78% de la variabilidad total (R^2) es explicada por el modelo de regresión. La tabla de ANOVA para el modelo Discreto y el Continuo VBA conllevan a conclusiones similares.

Source	SS	Df	MS	F-Ratio	P-Value
Model	14841,2	2	7420,61	1010,09	0,0000
Residual	565,679	77	7,34649		
Total (Corr.)	15406,9	79			

Tabla 2: Tabla ANOVA para el modelo Continuo C++

Al observar la Figura 5, se concluye un buen ajuste del modelo de regresión para los datos del modelo Continuo C++.

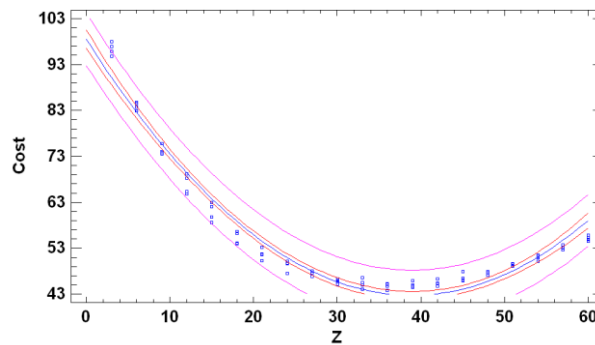
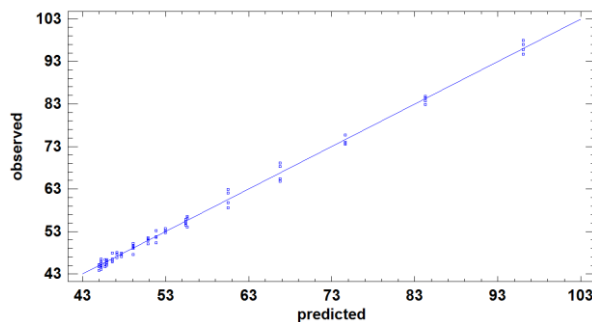
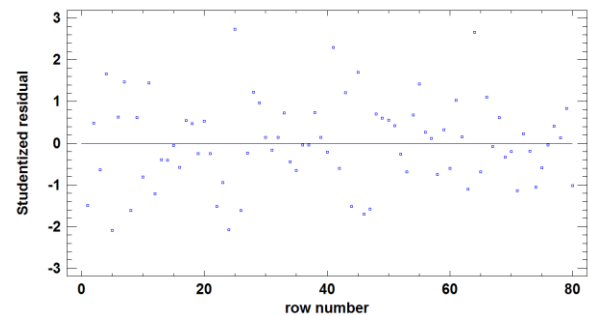


Fig. 5: Gráfica de costo para el modelo continuo C++

La Figura 6a presenta el costo predicho contra el costo observado, dado que todos los puntos caen aproximadamente en una línea recta, se concluye que el modelo cuadrático es satisfactorio. Los residuos son graficados en la Figura 6b, indicando una distribución uniforme para ellos. Estas observaciones confirman que el modelo cuadrático es adecuado para ajustar nuestros datos de simulación.



a) Gráfica de costo



b) Gráfica de residuos

Fig. 6: Análisis de costo y residuos

Las funciones de costo fueron obtenidas con el uso del software STATGRAPHICS, este paquete estadístico ha sido empleado exitosamente en contextos similares tales como por Berthaut et al. [21]. En este caso tenemos:

$$C_{DISC} = 103.201 - 3.07156Z + 0.03889899Z^2 \quad (12)$$

$$C_{C++} = 98.461 - 2.86223Z + 0.0367528Z^2 \quad (13)$$

$$C_{VBA} = 98.4602 - 2.8622Z + 0.0367522Z^2 \quad (14)$$

donde C_{DISC} , C_{C++} y C_{VBA} denotan la función de costo del modelo discreto, continuo C++ y continuo VBA, respectivamente. El umbral de producción óptimo \hat{Z}^* es calculado con un método de resolución numérico que consiste en aplicar la segunda derivada a las funciones de costo (12-14), y después resolver la expresión obtenida con respecto a Z. Resumiendo, el parámetro de control óptimo obtenido \hat{Z}^* y su respectivo coeficiente de variación R^2 son presentados en la Tabla 3.

Model	Discrete	Continuous C++	Continuous VBA
Estimated threshold, \hat{Z}^*	39.48	38.93	38.93
R^2 (%)	96.6	96.32	96.32

Tabla 3: Resultados del modelo de regresión

Por el propósito de probar la exactitud de nuestro procedimiento, se compara la solución analítica presentada por Bielecki y Kumar [2] con nuestros resultados obtenidos por el modelo de regresión (12-14). Con los datos de la Tabla 1, se calcula con la solución analítica el costo óptimo C^* y su respectivo umbral óptimo Z^* , después se corren 30 réplicas extras para cada modelo de simulación, calculando el costo total promedio \bar{C}^* , y el error relativo entre el costo del modelo analítico y el costo obtenido por simulación, como en la Tabla 4.

<i>Model</i>	\hat{Z}^* (Simulación)	Z^* (Analítico)	\bar{C}^* (Simulación)	C^* (Analítico)	<i>Error relativo</i> <i>error (%)</i>
Discreto	39.48	35.85	45.23	44.92	0.69 %
Continuo C++	38.93	35.85	45.01	44.92	0.20 %
Continuo VBA	38.93	35.85	45.01	44.92	0.20 %

Tabla 4: Comparación del enfoque de simulación y resultados analíticos

Al analizar la Tabla 4, es evidente que el modelo Continuo C++ y el Continuo VBA reportaron el error más pequeño de 0.20%: este valor es similar, puesto que en ambos modelos es aplicada la misma lógica en la dinámica de la ecuación de estado (4). Además, el modelo discreto presenta el error más grande de 0.69% porque este modelo es solo una aproximación del caso continuo.

Con referencia al tiempo computacional, se ha incluido una rutina VBA a los modelos de simulación para medir el número de segundos requeridos para simular una replicación. La economía de tiempo fue calculada utilizando como base el tiempo del modelo discreto. De los resultados de la Tabla 6, se nota que el modelo más lento es el modelo Continuo VBA, dado que requiere en promedio 782.95 segundos para correr una replicación.

<i>Modelo</i>	<i>Discreto</i>	<i>Continuo</i> <i>C++</i>	<i>Continuo</i> <i>VBA</i>
Tiempo computacional (sec.)	110.55	1.18	782.95
Economía de tiempo (%)	-	98.92%	ninguno

Tabla 5: Economía de tiempo

En base a lo expuesto se puede afirmar que el beneficio del modelo Continuo C++ es doble, dado que el error reportado en el costo total es mucho más pequeño que el del modelo discreto, y también porque el modelo Continuo C++ es el más rápido con una considerable economía de tiempo de 98.92% con respecto al modelo discreto.

4.- DISCUSIÓN

Las diferencias del tiempo computacional observado en la Tabla 5, están dadas por las características particulares del lenguaje de programación aplicado en los modelos. Por ejemplo, VBA utiliza una interfaz gráfica basada en imágenes, botones, cuadros de texto, etc., más que comandos de texto. Dicha interfaz gráfica requiere más tiempo computacional para ejecutarse que un archivo tradicional C++, esto explica la diferencia en economía de tiempo presentada en la Tabla 6. El modelo C++, se ejecuta extremadamente rápido porque no utiliza una interfaz gráfico.

Un comentario acerca de la importancia de la economía de tiempo se basa en el total de 320 replicaciones necesarias en esta investigación. El modelo Continuo VBA requirió un total de 17.4 horas para completar sus 80 replicaciones, el modelo Discreto necesitó 2.5 horas y el modelo Continuo C++ utilizó solo 2 minutos para completar la misma cantidad de trabajo. Por lo tanto, el beneficio del modelo Continuo C++ es evidente; se puede completar el análisis con inclusive una mejor exactitud que con los otros modelos en un periodo de tiempo considerablemente más corto.

5.- CONCLUSIÓN

En este artículo, el problema de control de la producción de un sistema de manufactura no-confiable conformado por una máquina que produce un tipo de parte, fue utilizado para probar la capacidad del software de simulación ARENA. Debido a la complejidad matemática de este tipo de sistemas estocásticos de manufactura, métodos de solución alterna basados en simulación, son valiosos. Se desarrollaron tres modelos de simulación utilizando el software ARENA,

comparando su desempeño con resultados analíticos. Dos indicadores fueron analizados, el tiempo computacional y la exactitud en el costo total. Los resultados obtenidos concluyen que el modelo Continuo C++, reportó la economía de tiempo más grande por un radio de cientos comparado con los modelos Discretos y Continuo VBA. La exactitud de los resultados, indica que los modelos de simulación proveen soluciones cerca de la solución analítica, dado que la diferencia observada en los resultados es menor al 1%. Los resultados de este artículo son muy útiles para el análisis futuro de sistemas de manufactura más complejos, considerando factores tales como: subcontratación, mantenimiento preventivo, mantenimiento correctivo, degradación progresiva, calidad, etc. En general, para estudiar dichos sistemas complejos, es necesario un gran número de replicaciones de simulación, por lo tanto la economía de tiempo y la exactitud son clave para acelerar el análisis. Basado en la experiencia ganada con esta investigación, se puede concluir que el modelo Continuo C++ es la opción más eficiente para simular el tipo de sistemas de manufactura presentado en este artículo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Akella R and Kumar PR. "Optimal control of production rate in a failure-prone manufacturing system". *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1996, Vol. 31-2, p. 116-126. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1986.1104206>
- [2] Bielecki T and Kumar PR. "Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems". *Operations Research*. 1988, Vol. 36-4, p. 532-541. DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/opre.36.4.532>
- [3] Sharifnia A. "Production Control of a Manufacturing System with Multiple Machine States". *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1988, Vol. 33-7, p. 620-625. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/9.1270>
- [4] Kenné JP, Gharbi A, Boukas EK. "Control policy simulation based on machine age in a failure prone one-machine, one-product manufacturing system". *International Journal of Production Research*. 1997, Vol. 35-5, p. 1431-1445. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/002075497195407>
- [5] Kenné JP, Gharbi A. "Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system". *International Journal of Production Research*. 1999, Vol. 37-3, p. 621-637. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/002075499191706>
- [6] Gharbi A, Kenné JP. "Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems". *IEEE Transactions*. 2003, Vol. 35-10, p. 941-52. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/07408170309342346>
- [7] Hajji A, Gharbi A, Kenné JP. "Production and set-up control of a failure-prone manufacturing system". *International Journal of Production Research*. 2004, Vol. 42-6, p. 1107-1130. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207540310001631575>
- [8] Lavoie P, Kenné JP, Gharbi A. "Production control and combined discrete/continuous simulation modeling in failure-prone transfer lines". *International Journal of Production Research*. 2007, Vol. 45-24, p. 5667-5685. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207540600920868>
- [9] Lavoie P, Gharbi A, Kenné JP. "A comparative study of pull control mechanisms for unreliable homogenous transfer lines". *International Journal of Production Economic*. 2010, Vol. 124-1, p. 241-251. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.11.022>
- [10] Hajji A, Gharbi A, Kenné JP. "Joint replenishment and manufacturing activities control in a two stage unreliable supply chain". *International Journal of Production Research*. 2009, Vol. 47-12, p. 3231-3251. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207540701805612>
- [11] Errasti A, Chackelson-Lurmer C, Cipres-Bagüeste D et al. "Diseño de un sistema de picking producto a operario. aplicación del diseño de experimentos mediante simulación de eventos discretos." *DYNA*. October 2011. Vol. 86-5 p.515-522. DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/4060>
- [12] Martínez-Miguel S, Errasti A, Arcelus-Alonso M et al. "Diseño de operaciones globales ayudado por herramienta de simulación: un estudio empírico ayudado por herramienta de simulación." *DYNA*. May 2012. vol. 87-3 p.286-294. DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/4505>
- [13] Jimenez-Garcia J, Medina-Flores J, Yáñez-Mendiola J et al. "Reducción del desperdicio espera en líneas de montaje mediante el uso de heurísticas y escenarios de simulación" *DYNA*. January 2014. Vol. 89-1 p.50-60. DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/5833>
- [14] Berthaut F, Gharbi A, Kenné JP. et al. "Improved joint preventive maintenance and hedging point policy". *International Journal of Production Economic*. 2010, Vol. 127-1, p. 60-72. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.04.030>
- [15] Gharbi A, Hajji A, Dhoubi K. "Production rate control of an unreliable manufacturing cell with adjustable capacity". *International Journal of Production Research*. 2011. Vol. 49-21, p. 6539-6557. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207543.2010.519734>
- [16] Rivera-Gómez H, Gharbi A, Kenné JP. "Joint production and major maintenance planning policies of a manufacturing system with deteriorating quality". *International Journal of Production Economic*. 2013, Vol. 146-2, p. 575-587. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.08.006>
- [17] Bouslah B, Gharbi A, Pellerin R. "Joint optimal lot sizing and production control policy in an unreliable and imperfect manufacturing system". *International Journal of Production Economics*. 2013, Vol. 144-11, p. 143-156. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.01.031>
- [18] Gershwin SB. *Manufacturing Systems Engineering*. First Edition. Cambridge, Massachusetts, US. Prentice Hall.1994. 350 p. ISBN: 013560608X
- [19] Kimemia, JG., Gershwin SB. "An algorithm for the computer control production in a flexible manufacturing system". *IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium of Adaptive Processes*. Vol. 20, p. 628-633. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/CDC.1981.269285>
- [20] Boukas EK, Haurie A. "Manufacturing flow control and preventive maintenance: a stochastic control approach". *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1990. Vol. 33-9, p. 1024-1031. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/9.58530>

- [21] Berthaut F, Gharbi A, Dhouib K. "Joint modified block replacement and production/inventory control policy for a failure-prone manufacturing cell". 2011. *Omega*. Vol. 39-6, p. 642-654. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2011.01.006>
- [22] Rossetti MD. *Simulation modeling and Arena*. First Edition. United States of America. John Wiley & Sons, Inc. 2009. 600 p. ISBN: 0470097264