PROPUESTA DIDÁCTICA SOBRE LA CONSTRUCCIÓN DE LA RECTA TANGENTE SIN EL USO DE LA DERIVADA

Oleksandr Karelin, Carlos Rondero Guerrero, Anna Tarasenko
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México
skarelin@uaeh.reduaeh.mx rondero@uaeh.reduaeh.mx anataras@uaeh.reduaeh.mx
Campo: Gráficas y funciones- Pensamiento matemático avanzado; Nivel Educativo: Medio y Superior

Resumen

El trabajo contiene resultados sobre la construcción de la recta tangente para las funciones elementales sin derivar así como para las funciones formadas por operaciones lineales y aritméticas entre ellas. Dentro del estudio de las nociones fundamentales del cálculo, se consideran: crecimiento, decrecimiento, puntos mínimos y máximos, concavidad y conexiones entre si. En base de estas relaciones se presentó, en trabajos previos, un enfoque no tradicional acerca de la construcción de la recta tangente. Para ello dicho problema se redujo a la búsqueda de puntos extremos de una función adicional que está conectada con la función inicial.

La propuesta didáctica que se ha venido estructurando, posibilita el entender más profundamente las nociones fundamentales del cálculo y sus articulaciones entre sí y está dirigida a los profesores y estudiantes de matemáticas de los niveles educativos medio superior y superior.

Relación entre la recta tangente en un punto de una función y los puntos extremos de una función adicional

Se parte del esquema general acerca de la construcción de la recta tangente que fue presentada en [1].

Se consideran las funciones $y = y(x)$ para las cuales en cada punto (x_0, y_0) de su gráfica $L:\{(x, y(x))\}$ existe una y sólo una recta $R(x_0, y_0)$: $y = m_{x_0} \cdot x + p_{x_0}$, que pasa por el punto (x_0, y_0), no tiene otros puntos comunes con la gráfica L en una vecindad de (x_0, y_0) y está ubicada por arriba o por debajo de la recta $R(x_0, y_0)$. La clase de tales funciones se denota por C y la clase de rectas para la función $y = f(x)$, se denota por $T(f)$.

Afirmación 1.

Se escoge una función $y = f(x)$ de la clase C y un punto (x_0, y_0), $y_0 = f(x_0)$.

Una recta $R(x_0, y_0): y = m_{x_0} \cdot x + p_{x_0}$ es una recta de la clase $T(f)$ en el punto (x_0, y_0) para $y = f(x)$ si y sólo si la función adicional $y = F(x)$, $F(x) = f(x) - [m_{x_0} \cdot x + p_{x_0}]$ tiene su punto mínimo ó punto máximo en x_o.

Si en el punto x_o, hay un mínimo para $y = F(x)$, entonces se cumple la desigualdad

(*) $F(x) \geq F(x_0)$ ó $f(x) - [m_{x_0} \cdot x + p_{x_0}] \geq f(x_0) - [m_{x_0} \cdot x_0 + p_{x_0}]$.