

# PROBABILIDADES PARA EL CRECIMIENTO ECONÓMICO\*

Zeus Salvador Hernández Veleros  
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

**Resumen:** Se determinan las probabilidades de tres eventos o regímenes de desempeño económico (incremento, estancamiento o decremento) para siete grupos de economías, a partir de información del periodo 1950-2000.

## Introducción

¿En el periodo 1951-2000 existe una relación entre tamaño de las economías y las probabilidades de incremento, estancamiento y decremento económicos? Para responder este cuestionamiento empleamos a la distribución multinomial y al modelo de crecimiento equiprobable (MCE), los cuales permiten definir y analizar una relación estadística entre estos tres diferentes regímenes de desempeño económico o eventos.

Para examinar esta situación definimos la siguiente hipótesis:

1. Los grupos de las economías pobres están caracterizados por presentar una baja probabilidad en el régimen de desempeño económico de incremento en comparación con los grupos de países ricos; en tanto que, en el régimen de no significancia o estancamiento los grupos de países pobres presentan una alta probabilidad y, por su parte, los grupos de países ricos se caracterizan por una baja probabilidad; situación similar a la que ocurre en el régimen de estancamiento.

El presente documento se integra por cinco apartados. En el primero se hace un recuento histórico de la situación enfrentada por las economías más grandes del mundo durante los tres siglos

---

\* Agradezco a José Antonio García-Durán de Lara, Pablo Mejía Reyes, Juan Francisco Islas Aguirre y a Ángel Mauricio Reyes Terrón sus útiles comentarios. La Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo y el Programa de Mejoramiento del Profesorado (SEP) financiaron esta investigación. Los errores son responsabilidad únicamente del autor.

más recientes con respecto a los tres eventos o regímenes de desempeño económico de incremento, estancamiento y decremento.

En el segundo se expone el modelo de crecimiento equiprobable (MCE), el cual se basa en la distribución multinomial, y explicamos cómo tal modelo se puede determinar para siete grupos de economías la frecuencia o probabilidad de los tres regímenes de desempeño económicos al seleccionar de entre nueve opciones planteadas con respecto a la duración del estancamiento: en la primera opción se propone que cero por ciento de las tasas de crecimiento son de estancamiento, en la segunda opción cinco por ciento de las tasas son de estancamiento, en la tercera opción 10 por ciento de las tasas son de estancamiento, hasta la novena opción que considera 40 por ciento de tasas de estancamiento, esto al aplicar el principio de minimización de la suma de errores al cuadrado entre los productos internos brutos *per cápita* (PIBPCs) estimados mediante el MCE y los observados. Cabe aclarar que los siete grupos de economías fueron definidos a partir de algoritmos de agrupamiento aplicados a los datos de los PIBPCs de 1950 de las 142 economías.

En el apartado siguiente presentamos las probabilidades de estos regímenes de desempeño económico obtenidas para 142 economías clasificadas en siete grupos.

En la cuarta sección exponemos la técnica de evaluación de la hipótesis: bootstrap, que es un método intensivo en cómputo, utilizada para comparar las probabilidades de un mismo régimen de desempeño económico para los diferentes grupos de economías.

Para finalizar, consideramos en el apartado de conclusiones las implicaciones con respecto al crecimiento de largo plazo derivadas del MCE y de las probabilidades determinadas, las cuales abarcan cuestiones de distribución del producto mundial, desigualdad global, convergencia, tendencias de crecimiento de largo plazo y ciclos de crecimiento.

## **I. Incrementos, estancamientos y decrementos económicos en las economías más ricas del mundo en los tres siglos más recientes**

### **I.1. Producto interno bruto**

Maddison (2003) establece que hacia el año 1700 la economía más grande del mundo era la de la India: 24.44 por ciento del producto interno bruto (*PIB*) mundial, el *PIB* de EE. UU. sólo representaba 0.58 por ciento del de la India.

En 1820 la economía de China era la más grande: 32.88 por ciento del *PIB* mundial, EE. UU. ocupaba la novena posición mundial (con un *PIB* apenas superior al de España), y equivalente a 5.48 por ciento del de China.

En 1870 China continuaba en esa primera posición (17.05 por ciento), EE. UU estaba en el cuarto lugar (atrás de la India y del Reino Unido) con un *PIB* equivalente a 51.84 por ciento del respectivo al líder.

Hacia el año 1900 EE. UU. tenía la mayor economía con un *PIB* que representaba 15.83 por ciento del producto mundial y que era 43.29 por ciento mayor al del segundo país más grande: China; la economía del Reino Unido era la tercera más grande del mundo y la de la India la cuarta.

En 1950 el *PIB* del mundo fue de 5 billones 329 mil millones de dólares constantes de 1990, el país más rico del mundo, EE. UU., tuvo el equivalente a 27.32 por ciento del *PIB* mundial; le siguieron la entonces Unión de Repúblicas Soviéticas Socialistas (U.R.S.S.) (9.57 por ciento), Reino Unido (6.53 por ciento), Alemania (4.98 por ciento) y China (4.50 por ciento). Las cinco economías más grandes contribuyeron con 52.90 por ciento del *PIB* mundial, las diez mayores economías aportaron 69.24 por ciento y, en específico, la décima representó 1.91 por ciento del total mundial

En el año 2000 el *PIB* mundial fue de 36 billones 501 mil millones de dólares constantes de 1990, del cual 21.76 por ciento correspondió a Estados Unidos de América (EE. UU.); le siguieron en importancia los respectivos a China (11.86 por ciento), Japón (7.31 por ciento), India (5.37 por ciento) y Alemania (4.19 por ciento). Estos cinco países aportaban 50.39 por ciento del *PIB* mundial. Los diez más grandes países representaron 66.11 por

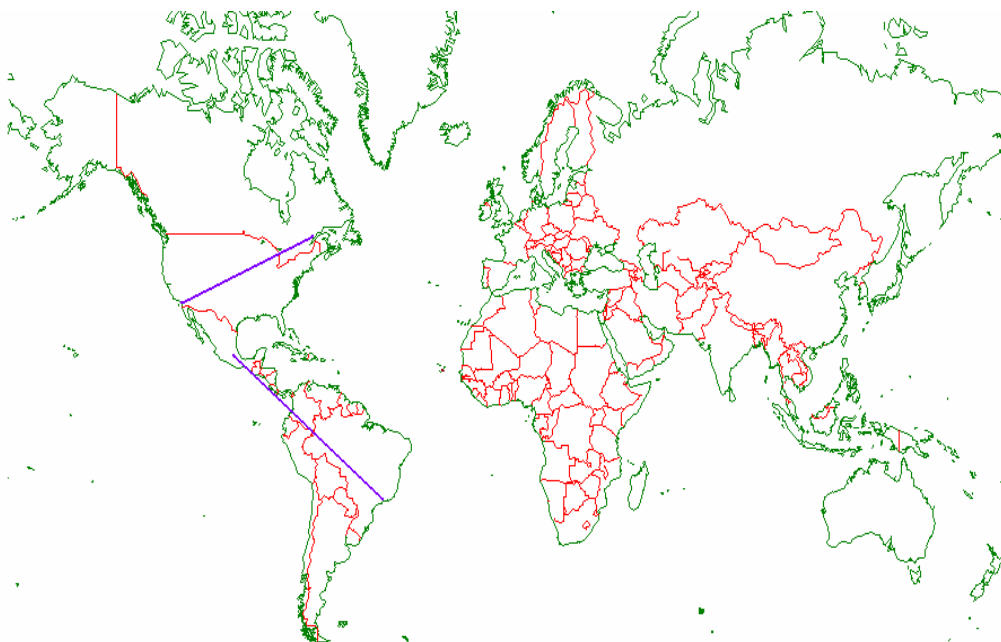
ciento del *PIB* mundial, donde el décimo aportó sólo 1.90 por ciento del producto mundial;

Las magnitudes anteriores medidas en billones de dólares resultan difíciles de expresar y de entender, así que para llevar estas cifras a algo más dimensionable consideremos lo siguiente:

- si un mil dólares representan un milímetro,
- entonces, 10 mil dólares representan un centímetro (es decir, 10 milímetros),
- así, 100 mil dólares son equivalentes a 10 centímetros (100 milímetros),
- por lo tanto, un millón de dólares representa un metro (un mil milímetros),
- un mil millones de dólares es, de esta forma, un kilómetro (un mil metros).
- y un millón de millones de dólares es equivalente a un mil kilómetros.

Así, EE. UU. en el año 2000 tenía un *PIB* equivalente a 7 mil 941 kilómetros, poco más que la distancia entre la Ciudad de México y Río de Janeiro (7 mil 694 kilómetros); China, tenía un *PIB* que representaba una distancia de 4 mil 329 kilómetros, los cuales separan a Los Ángeles de Québec (4 mil 161 kilómetros). Por otra parte, el *PIB* de un país como Perú apenas significaba la distancia de 100 kilómetros. Esto nos da una ligera idea de la distribución por países del producto mundial.

Figura 1.  
Representación del Producto interno bruto en kilómetros, 2000



## **I.2. Población**

En el año 1700 India era el país más poblado del mundo con 165 millones de personas, seguido por China con 138 millones, Reino Unido tenía 8 millones 565 mil habitantes (ocupaba con esto la posición décima tercera dentro de los países con datos disponibles) y EE. UU. sólo tenía un millón de pobladores (posición trigésima quinta).

Hacia el año 1820 China era el país más poblado con 381 millones de habitantes, seguido por la India con 209 millones, Reino Unido era habitado por 21 millones 239 mil personas (posición décima) y EE. UU. por 9 millones 981 (posición décima sexta).

En 1870 China seguía siendo el país más poblado, pero sus habitantes se redujeron entre 1820 y 1870 en 23 millones de personas, EE. UU. ocupó la cuarta posición con 40 millones de personas; es decir, su población en 50 años se multiplicó por cuatro, algo que también ocurrió con su territorio.

Para 1900 China tenía 400 millones de habitantes, India 284 millones, EE. UU. 76 millones y Reino Unido 41 millones. Bajo este panorama, durante dos siglos India aumentó su población 72.42 por ciento, China 179 por ciento, Reino Unido 380 por ciento y EE. UU. siete mil 539 por ciento.

Con esto, en 2 siglos India aumentó su población 72.42 por ciento, China 179 por ciento; Reino Unido 380 por ciento y EE. UU. 7 mil 539 por ciento.

Si consideremos sólo los cambios entre 1820 y 1900 India aumentó su población un 35.88 por ciento, China apenas 4.98 por ciento, Reino Unido 93 por ciento y EE. UU. 665 por ciento.

En el año 1950 el país más poblado del mundo fue China con 546 millones de personas, equivalentes a 21.66 por ciento de la población mundial, seguido por India con 359

millones de habitantes (14.22 por ciento de la población mundial), el tercer país más grande por sus habitantes fue la URSS con 179 millones (7.11 por ciento del total mundial) y EE. UU. se ubicó en la cuarta posición con 152 millones de habitantes (6.03 por ciento de la población mundial).

En el año 2000 el orden anterior no se alteró: China se ubicó primero con 1 mil 264 millones de habitantes (20.82 por ciento de la población mundial); India tuvo 1 mil 7 millones de habitantes (16.59 por ciento del mundo); los países que alguna vez integraron la U.R.S.S. representaban en población 290 millones de habitantes (4.78 por ciento del total mundial); EE. UU., por su parte, registró 282 millones (4.65 por ciento del total).

### **I.3. Producto interno bruto *per cápita***

En el año 1700 el producto interno bruto *per cápita* (*PIBPC*) más alto correspondió a Holanda con 2 mil 130 dólares constantes de 1990, Reino Unido tenía un *PIBPC* de 1 mil 250 dólares, España de 853 dólares, China de 600, India de 550 y EE. UU. de 527.

En el año 1820 el *PIBPC* más grande fue el de Holanda (1 mil 838 dólares, cifra inferior a la del año 1700), seguido del correspondiente al Reino Unido, 1 mil 706 dólares, EE. UU. tuvo una cifra de 1 mil 257 dólares, China de 600 y la India de 550; es decir, estos dos países vieron estancado este indicador (las cifras son las mismas desde el año 1500), el Reino Unido lo aumentó 36.48 por ciento y EE. UU. poco más que lo duplicó en estos 120 años.

Hacia 1870 Australia tenía el *PIBPC* más grande del mundo, 3 mil 273 dólares, el del Reino Unido era el segundo, 3 mil 190 dólares, el de EE. UU. estaba en 2 mil 445 dólares, el de la India en 533 y el de China en 530; los indicadores de estos dos últimos países seguían simplemente estancados, el de EE. UU. casi se duplicó (aumentó 94.51 por ciento) con respecto al del año 1820, en tanto que el del Reino Unido creció 86.98 por ciento en estos 50 años.

En el año 1900 el *PIBPC* del Reino Unido fue de 4 mil 492 dólares, el de EE. UU. de 4 mil 298 dólares, el de India de 599 dólares y el de China de 545 dólares.

De acuerdo con los datos de Maddison (2004) el *PIBPC* más grande el mundo correspondía en 1950 a Qatar con 30 mil 387 dólares, seguido del de Kuwait con 28 mil 878 dólares, en ambos casos el triple del estadounidense, y por el de Emiratos Árabes Unidos (E.A.U.), con 15 mil 798 dólares (poco menos del doble del respectivo a EE. UU.), y en cuarto lugar se ubicó EE. UU. con un registro de 9 mil 561 dólares por persona (aumentó 122 por ciento con respecto a la cifra de 1900), el Reino Unido de 6 mil 939 (aumentó 54.47 por ciento), India de 619 (aumentó 3.33 por ciento) y China de 439 (disminuyó 19.44 por ciento).

Para el año 2000 EE. UU. tenía un *PIBPC* de 28 mil 129 dólares constantes de 1990, es decir, se multiplicó por 3 con respecto a la cifra de 1950; el Reino Unido de 19 mil 817 dólares; China de 3 mil 425 dólares e India de 1 mil 910 dólares. El *PIBPC* de Qatar en el año 2000 fue de 8 mil 42 dólares, el de Kuwait fue de 10 mil 210 dólares y el de E.A.U. de 16 mil 560 dólares, así, estos países eminentemente petroleros registraron descensos los dos primeros y el último un pequeño aumento a lo largo de estos 51 años. Las caídas anteriores son parecidas a las que sufrieron en su momento Holanda, que basaba su economía en el comercio y Australia, en la agricultura y ganadería.

Tabla 1  
Economías más importantes en el *PIB*, la población y el *PIBPC*, 1700, 1820,1870, 1900, 1950 y 2000  
(porcentaje y dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

Año	Economía, porcentaje del <i>PIB</i> mundial	Economía, porcentaje de la poblac mundial	Economía, <i>PIBPC</i>
1700	India: 24.44	India: 27.54	Holanda: 1,381
1820	China: 32.88	China: 36.57	Holanda: 2,130
1870	China: 17.05	China: 28.15	Australia: 3,273
1900	EE. UU.: 15.83	China: 25.58	Reino Unido: 4,492
1950	EE. UU.: 27.32	China: 21.66	EE. UU.: 9,561
2000	EE. UU.: 21.76	China: 20.82	EE. UU.: 28,129

Tabla 2  
Indicadores económicos de EE. UU., China, Reino Unido y del mundo, 1700, 1820, 1870, 1900, 1950 y 2000

Economía	Variable*	Año					
		1700	1820	1870	1900	1950	2000
EE. UU.	<i>PIB</i>	527	12,548	98,374	312,499	1,455,916	7,941,969
	Población	1,000	9,984	40,241	76,391	152,271	282,339
	<i>PIBPC</i>	527	1,257	2,445	4,091	9,561	28,129
China	<i>PIB</i>	82,800	228,600	189,740	218,074	239,903	4,329,913
	Población	138,000	381,000	358,000	400,000	546,815	1,264,093
	<i>PIBPC</i>	600	600	530	545	439	3,425
R. U.	<i>PIB</i>	10,709	36,232	100,180	184,861	347,850	1,179,586
	Población	8,565	21,239	31,400	41,115	50,127	59,522
	<i>PIBPC</i>	1,250	1,706	3,190	4,492	6,939	19,817
Mundo	<i>PIB</i>	371,269	695,346	1,112,655	1,973,716	5,329,719	36,501,872
	Población	603,490	1,041,834	1,271,915	1,563,622	2,524,324	6,071,144
	<i>PIBPC</i>	615	667	875	1,262	2,111	6,012

\*: *PIB* en millones de dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis; población en miles de habitantes a mitad de año y *PIBPC* en dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis.

Si comparamos el *PIBPC* más grande del mundo con respecto al promedio mundial tenemos que la relación entre ambos pasó de 2.24 a 4.67 en 301 años, mientras que la relación entre este *PIBPC* máximo y el más bajo (siempre de un país africano) fue 3.21 veces en 1700 y para el año 2000 llegó a 129.03 veces, éste es menor en el año 2000 (218 dólares) a la estimación hecha para el año 1900 (289 dólares); simplemente, cada vez África está más lejos, porque tal vez todos hemos olvidado que venimos de ella y quienes aún están ahí no pueden olvidar que quieren salir.

Tabla 3  
Relación entre el *PIBPC* mayor, menor y mundial, 1700, 1820, 1870, 1900, 1950 y 2000  
(dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

<i>PIBPC</i>	Año					
	1700	1820	1870	1900	1950	2000
Mayor	1,381	2,130	3,273	4,492	9,561	28,129
Mundial	615	667	875	1,262	2,111	6,012
Menor	430	415	439	601	289	218
Mayor/mundial	2.24	3.19	3.74	3.55	4.52	4.67
Mayor/menor	3.21	5.19	7.45	7.47	33.08	129.03

¿Qué podemos extraer de todas estas cifras? El *PIBPC* mundial del año 2000 es el triple de registrado en 1950, el séxtuple de 1900 y es diez veces el registro del año 1700. Durante los primeros cincuenta años del siglo pasado la economía de EE. UU. duplicó su *PIBPC* de 1900, pero en el año 2000 este indicador era el triple del observado en 1950. Reino Unido



por su parte ha tenido crecimientos económicos y poblacionales no tan espectaculares como los de EE. UU. pero si muy estables a lo largo de 300 años; en tanto que la India y China vivieron casi 250 años de estancamiento medido por su *PIBPC*. Por otra parte, África está cada vez más lejos, ya no del líder, simplemente del promedio mundial, posiblemente porque todos hemos olvidado que de ahí venimos (acaso nunca lo supimos o más bien pretendemos ignorarlo), mientras que quienes aún ahí viven no pueden olvidar huir; pero no sólo las economías africanas tienen esta situación, economías de otras latitudes tienen problemas similares.

Estos tres siglos son testigos de crecimientos económicos increíbles para algunas economías así como del abismo económico que existe entre otras tantas. Simplemente queda preguntarnos: ¿Qué tanto sabemos acerca del crecimiento, estancamiento y caída de las economías? ¿Las causas del crecimiento están en nuestra mente o en el corazón, en el código genético o en la tecnología? ¿Sólo somos adivinos del pasado con sofisticados modelos y teorías esotéricas o podemos ser modestos albañiles del futuro (ni arquitectos ni ingenieros) rogando a los dioses sus bendiciones y la buena fortuna? ¿O simplemente todo ya está escrito porque hay quienes no hablamos hoy el lenguaje de los vencedores o porque nuestro norte es el sur?

¿Esta dinámica de las economías (crecimiento, estancamiento y decrecimiento) tiene relación con el tamaño de las economías? ¿Tal dinámica tiene relación con el crecimiento de largo plazo y con la distribución del producto mundial? ¿Ocurrieron cambios en estas probabilidades durante los últimos 50 años del siglo pasado? ¿Cuál es la probabilidad de volver a registrar las frecuencias de las tasas de incremento económico observadas en la década 1951-1960?

## **II. El modelo de crecimiento equiprobable**

Los datos del producto interno bruto per cápita (*PIBPC*) de las 142 economías fueron tomados de Maddison (2003). En el modelo los periodos considerados son décadas, las frecuencias fueron obtenidas mediante los promedios de cada grupo tanto de tasas positivas

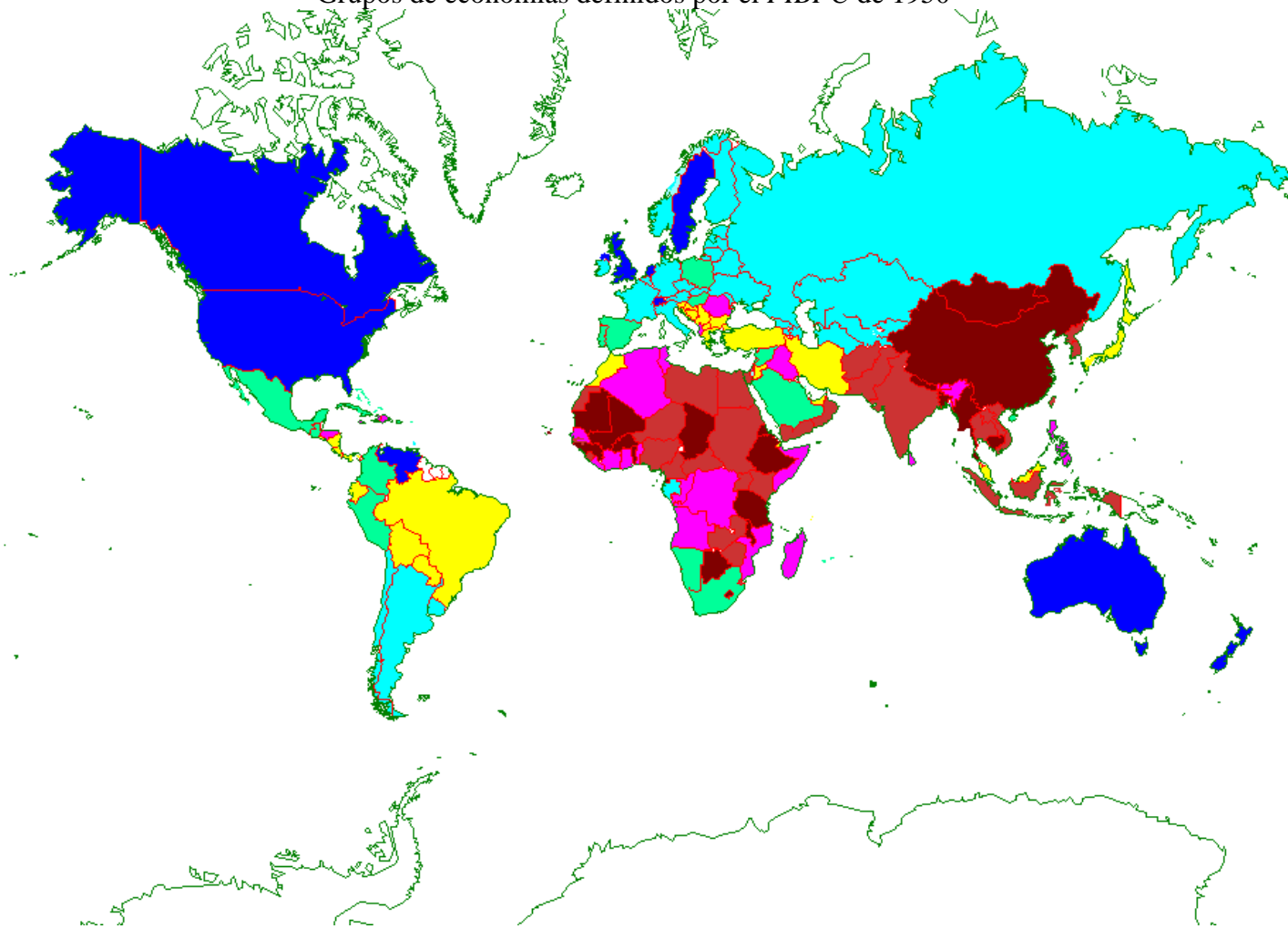
significativas, como negativas no significativas, como positivas y negativas no significativas.

Las economías a integrar cada grupo fueron definidos a partir de algoritmos de agrupamiento con base en el *PIBPC* de 1950 de 142 economías de Maddison (2003). En el grupo uno encontramos a las economías con los *PIBPC*'s más bajos, en tanto que en grupo siete se ubican las economías con los *PIBPC*'s más altos. En la tabla 4 tenemos los nombres de las economías (en inglés) que integran cada grupo y en la figura 2 su ubicación geográfica.

Tabla 4  
Economías por grupo agrupadas de acuerdo a su *PIBPC* de 1950

Grupo	Economías
1	Equatorial Guinea, Botswana, China, Cape Verde, Lesotho, Burma, Cambodia, Mongolia, Mauritania, Nepal, Bangladesh, Burkina Faso, Mali, Rwanda, Guinea Bissau, Malawi, Eritrea and Ethiopia, Comoro Islands, Togo, Burundi, Guinea, Tanzania, Chad, Zaire.
2	Taiwan, South Korea, Oman, Thailand, Indonesia, Egypt, Swaziland, Yemen, Libya, Pakistan, India, Vietnam, Mayotte, S. Helena, West Sahara, Zimbabwe, São Tomé and Príncipe, Laos, North Korea, Nigeria, Cameroon, Kenya, Sudan, Gambia, Uganda, Zambia, Central African Republic, Afghanistan, Niger y Sierra Leone.
3	Palestine and Gaza, Tunisia, Dominican Republic, Sri Lanka, Jamaica, Romania, Algeria, 20 small Asian Countries, Albania, Philippines, Congo, Honduras, Senegal, Mozambique, Côte d'Ivoire, Benin, Ghana, Iraq, Somalia, Liberia, Haiti, Angola y Madagascar.
4	Japan, Greece, Malaysia, Turkey, Seychelles, Costa Rica, Panama, Brazil, Bulgaria, Iran, Yugoslavia, Jordan, Ecuador, Paraguay, El Salvador, Morocco, Bolivia, Nicaragua y Djibouti.
5	Singapore, Hong Kong, Spain, Puerto Rico, Portugal, Mauritius, South Arabia, Syria, Mexico, Poland, Hungary, 24 small Caribbean countries, Colombia, Bahrain, Reunion, South Africa, Namibia, Peru, Lebanon, Guatemala y Cuba.
6	Norway, Ireland, France, Belgium, Finland, Austria, 13 small Western Europe, Italy, Germany, Israel, Trinidad and Tobago, Chile, Czechoslovakia, Argentina, Uruguay, U. S. S. R. y Gabon.
7	U. S., Denmark, Canada, Switzerland, Netherlands, Australia, Sweden, U. K., New Zealand y Venezuela.

Figura 2  
Grupos de economías definidos por el *PIBPC* de 1950



Se plantearon tres escenarios: crecimiento ( $k_1$ ), definido por tasas positivas significativas; decrecimiento ( $k_2$ ), definido por tasa negativas significativas y estancamiento ( $k_3$ ), definido por tasas positivas y negativas más cercanas al cero que podríamos considerar como no significativas.

En este caso, se plantearon nueve opciones para cada grupo de economías con respecto al estancamiento:

1. En la primera, cero por ciento de los años representaba estancamiento, es decir, el equivalente a una tasa cero;
2. En la segunda opción, cinco por ciento de los años representaba estancamiento: 2.5 por ciento de tasas negativas y 2.5 por ciento de tasas positivas alrededor de la tasa cero, las cuales podemos considerarlas como no significativas; y, así hasta la novena opción con 40 por ciento de tasas no significativas, equivalentes a 20 años de estancamiento. De las nueve opciones que definen al estancamiento se eligió la más adecuada mediante el principio de minimización de la suma de errores al cuadrado de los datos estimados con respecto a los observados.

Debido a las anteriores consideraciones: tres escenarios ( $n$ ) y cinco décadas ( $m$ ), se obtienen 21 estimaciones diferentes del PIB *per cápita* en cada grupo<sup>1</sup>, de un total de 243 ( $=3^5$ ) estimaciones posibles, y, asimismo, las correspondientes frecuencias de número de países que deberían esperarse en cada una de las anteriores estimaciones.

Para el modelo equiprobable utilizaremos el PIB *per cápita* promedio geométrico<sup>2</sup> por grupo del año 1950, las tasas de crecimiento promedio geométrico anuales de cada uno de los tres escenarios y sus correspondientes frecuencias; dentro de cada grupo la tasa de crecimiento promedio anual es la misma para todos los países de ese grupo y se mantiene durante estos 51 años

---

<sup>1</sup> Este número es simplemente obtenido mediante la combinatoria siguiente:  $\binom{m+2}{2} = \frac{(m+2)(m+1)}{2}$ , con  $m=5$ .

<sup>2</sup> En el estudio de McGrattan y Schmitz (1999) se emplea este promedio, esto se debe a que la media geométrica se utiliza preferentemente en datos como tasas, razones, progresiones geométricas, promedios; dentro de las características que la distinguen de la media aritmética es que es menos afectada por valores extremos que esta última, además con los mismos datos la media geométrica es menor que la aritmética.

Para construir el MCE definamos los siguientes elementos:

$m$ : décadas = 5;

$X_i$ : suceso o escenario  $i$ , con  $i = 1, 2, 3$ , donde  $X_1$  es el escenario de crecimiento,  $X_2$  el de decrecimiento y  $X_3$  el de estancamiento;

$n$ : total de sucesos o escenarios = 3;

$k_i$ : = número de ocasiones en que se presenta el suceso  $X_i$  o escenario  $i$ , con  $k_1+k_2+k_3=m$ ;

$PR_m^{k_1,k_2,k_3}$  : coeficiente multinomial;

$p_{ij}$ : probabilidad o frecuencia del suceso o escenario  $i$ , con  $p_{1j}+p_{2j}+p_{3j}=1$ ; para  $j = 1, 2, \dots, 7$ ;

$TCPA(-)_j$ : tasa de crecimiento promedio geométrico anual de decrecimiento del grupo  $j$ , con  $j = 1, 2, \dots, 7$ ;

$TCPA(+)_j$ : tasa de crecimiento promedio geométrico anual de crecimiento del grupo  $j$ , con  $j = 1, 2, \dots, 7$ ;

$TCPA(0)_j$ : tasa de crecimiento promedio anual de estancamiento del grupo  $j$ , con  $j = 1, 2, \dots, 7$ ;

$C_j$ : número total de países del grupo  $j$ , con  $j = 1, 2, \dots, 7$ ;

$PIBPC_{j,1950}$ : PIB *per cápita* promedio geométrico del grupo  $j$  del año 1950; con  $j = 1, 2, \dots, 7$ .

Así, el PIB *per cápita* estimado para el año 2000 del grupo  $j$ , resultado de las ocasiones  $k_1, k_2$  y  $k_3$  que se presentaron los sucesos respectivos  $X_1, X_2$  y  $X_3$ , está dado por:<sup>3</sup>

$$PIBPC_{j,2000}^{k_1,k_2,k_3} = PIBPC_{j,1950} \cdot \left[ (1 + TCPA(-)_j)^{10} \right]^{k_1} \cdot \left[ (1 + TCPA(0)_j)^{10} \right]^{k_2} \cdot \left[ (1 + TCPA(+)_j)^{10} \right]^{k_3}$$

De igual manera, el número de países correspondiente a cada  $PIBPC_{j,2000}^{k_1,k_2,k_3}$  está dado por:

---

<sup>3</sup> Podemos realizar la conversión de las bases utilizadas en los factores exponenciales  $(1 + c_{ij})^{tk_i}$ , por bases exponenciales naturales  $(e^{r_{ij}^{tk_i}})$ , con  $r_{ij} = \ln(1 + c_{ij})$ , para  $c_{ij}=TCPA(-)_j, TCPA(0)_j$  ó  $TCPA(+)_j$ .

$$NC_{j,2000}^{k_1,k_2,k_3} = C_j \cdot p_{1j}^{k_1} \cdot p_{2j}^{k_2} \cdot p_{3j}^{k_3} \cdot PR_m^{k_1,k_2,k_3}, \text{ redondeado al entero más próximo.}^4$$

### III. Las probabilidades de crecer, estancarse y decrecer en la segunda mitad del siglo XX

¿Podemos definir las probabilidades de cada uno de los eventos o regímenes de desempeño económico planteados para un grupo de países y distinguirlas de las respectivas a otros grupos de economías? Para responder a estas preguntas utilizamos los datos de Maddison (2003) de 142 países durante el periodo 1950-2000, agrupados en siete grupos.

Debe destacarse que el número de países que presentaron tasas de crecimiento altas disminuyeron durante las dos últimas décadas del siglo pasado. En específico, en la década 1951-1960 hubieron 95 países que presentaron tasas de crecimiento promedio anuales superiores a 0.02; en la década 1991-2000, sólo 56; es decir, 58.94 por ciento de la primera década; así para el periodo completo sólo 63 países tuvieron un registro mayor al mencionado, es decir, 44.36 por ciento de los 142 países. Entre la primera y la quinta década todos los grupos disminuyeron el número de países con tasas de crecimiento superiores a 0.02, pero las caídas más importantes correspondieron a los grupos uno y dos. Los únicos grupos de economías con una tasa superior a 0.02 son el cinco y el seis (tablas 5, 6 y 7).

Tabla 5  
Número de economías con tasas de crecimiento anual promedio mayores a 0.02 por grupo, 1951-2000

Grupo	Número de economías	Década					Periodo
		1951-1960	1961-1970	1971-1980	1981-1990	1991-2000	1951-2001
1	24	18	12	11	7	7	6
2	28	17	16	9	9	10	12
3	23	12	12	11	2	7	4

<sup>4</sup> Otro aspecto que podemos calcular es la probabilidad de que el  $PIBPC_{j,2000}^{k_1,k_2,k_3}$  estimado supere determinado valor  $l$ , mediante la siguiente sumatoria:

$$Pr(PIBPC_{j,2000}^{k_1,k_2,k_3} > l) = \sum_{r=r_l}^m PR_m^{k_1,k_2,k_3} \cdot [(1 + TCPA(-)_j)^{10}]^{k_1} \cdot [(1 + TCPA(0)_j)^{10}]^{k_2} \cdot [(1 + TCPA(+)_j)^{10}]^{k_3}$$

4	19	13	15	14	5	7	11
5	21	14	17	15	7	11	12
6	17	14	16	13	7	8	11
7	10	7	8	2	3	6	7
Mundo	142	95	96	75	40	56	63

Tabla 6  
Número de economías con tasas de crecimiento anual promedio entre 0.01 y 0.02 por grupo, 1951-2000

Grupo	Número de economías	Década					Periodo
		1951-1960	1961-1970	1971-1980	1981-1990	1991-2000	1951-2001
1	24	4	9	2	3	7	9
2	28	6	4	8	1	2	4
3	23	7	5	4	2	4	7
4	19	2	3	1	1	5	5
5	21	3	2	3	1	5	4
6	17	2	0	1	3	7	4
7	10	3	2	5	5	2	2
Mundo	142	27	25	24	16	32	35

Tabla 7  
Número de economías con tasas de crecimiento anual promedio inferiores a 0.01 por grupo, 1951-2000

Grupo	Número de economías	Década					Periodo
		1951-1960	1961-1970	1971-1980	1981-1990	1991-2000	1951-2001
1	24	2	3	11	14	10	9
2	28	5	8	11	18	16	12
3	23	4	6	8	19	12	12
4	19	4	1	4	13	7	3
5	21	4	2	3	13	5	5
6	17	1	1	3	7	2	2
7	10	0	0	3	2	2	1
Mundo	142	20	21	43	86	54	44

El desempeño de las economías de cada grupo durante el periodo 1950-2000 lo podemos ver en las figuras siguientes (3 a 9); por ejemplo, para algunas economías los periodos de crecimiento, pueden ser seguidos de otros de estancamiento o de decrecimiento; para otras economías se observa un permanente estancamiento y en otros casos crecimientos sostenidos en tres o más décadas.

Figura 3  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo uno, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

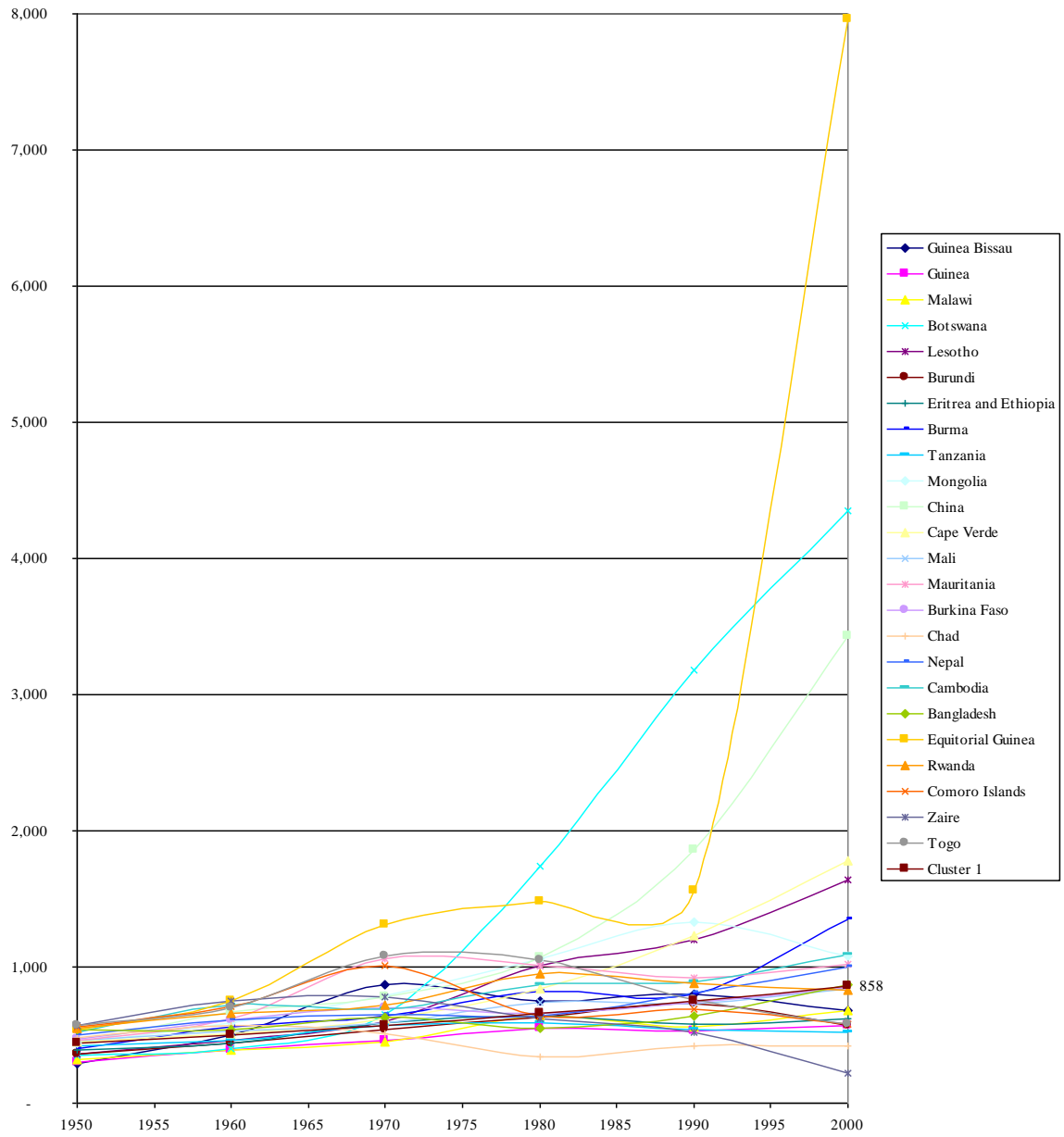




Figura 4  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo dos, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

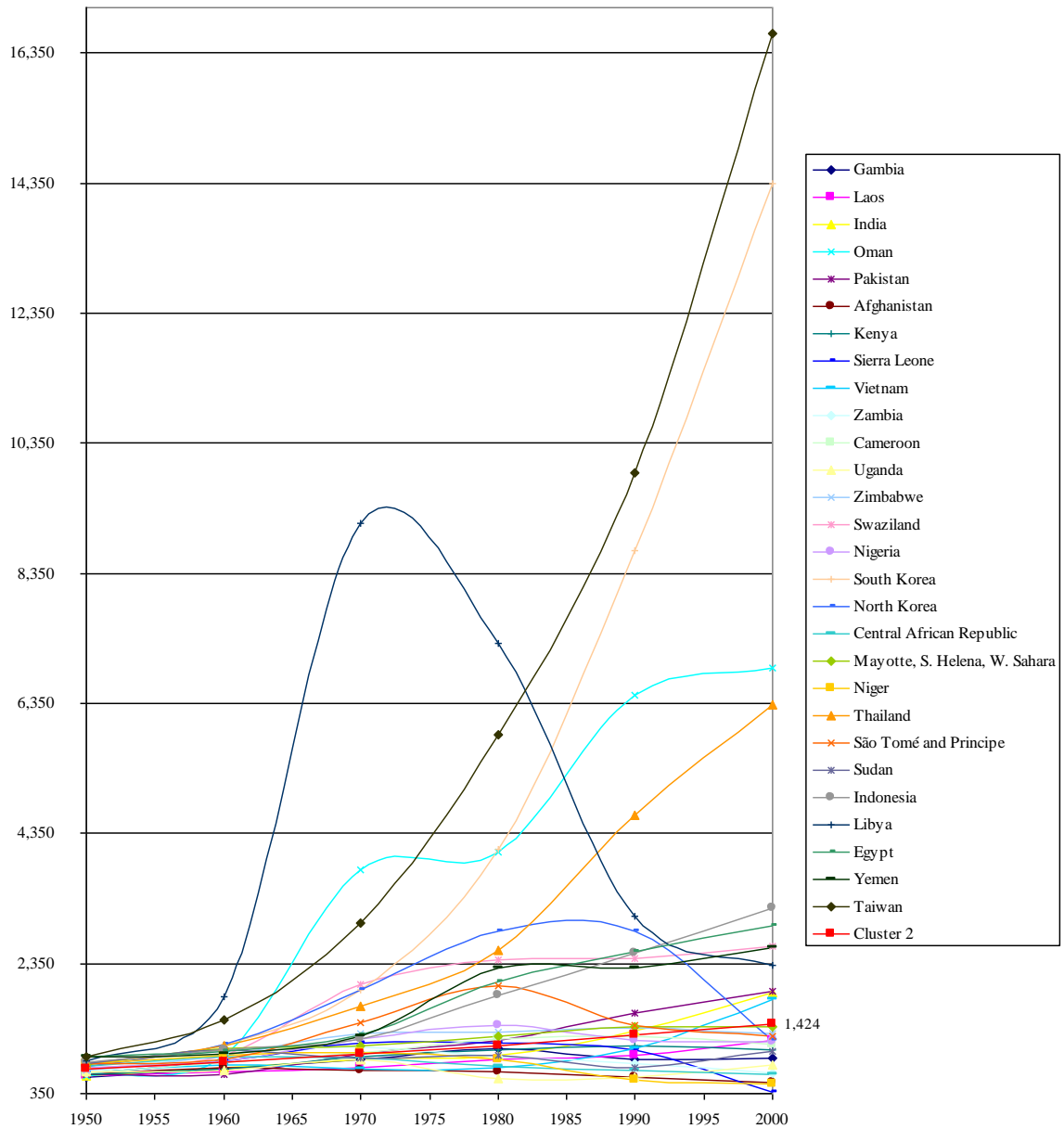


Figura 5  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo tres, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

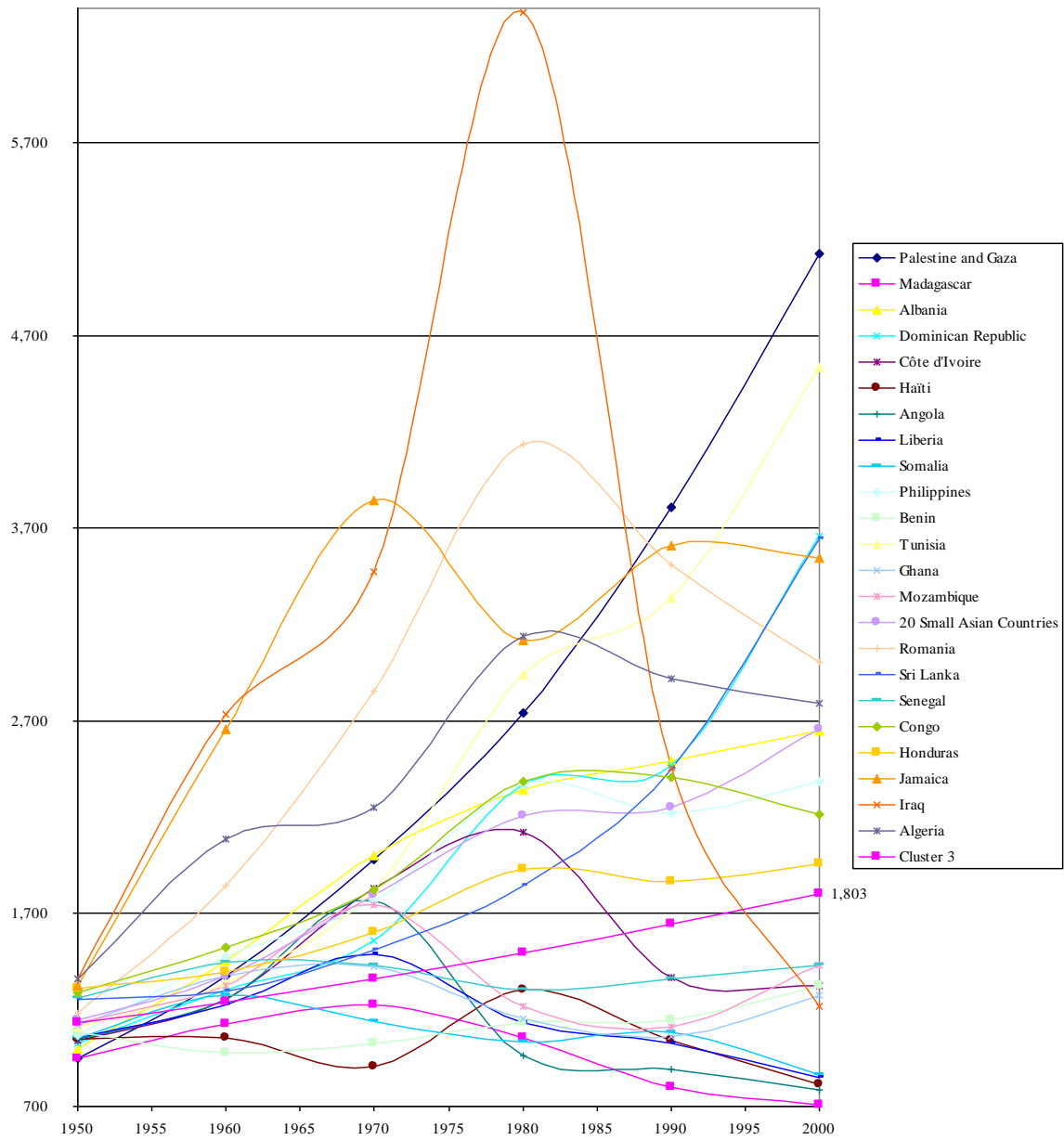




Figura 7  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo cinco, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

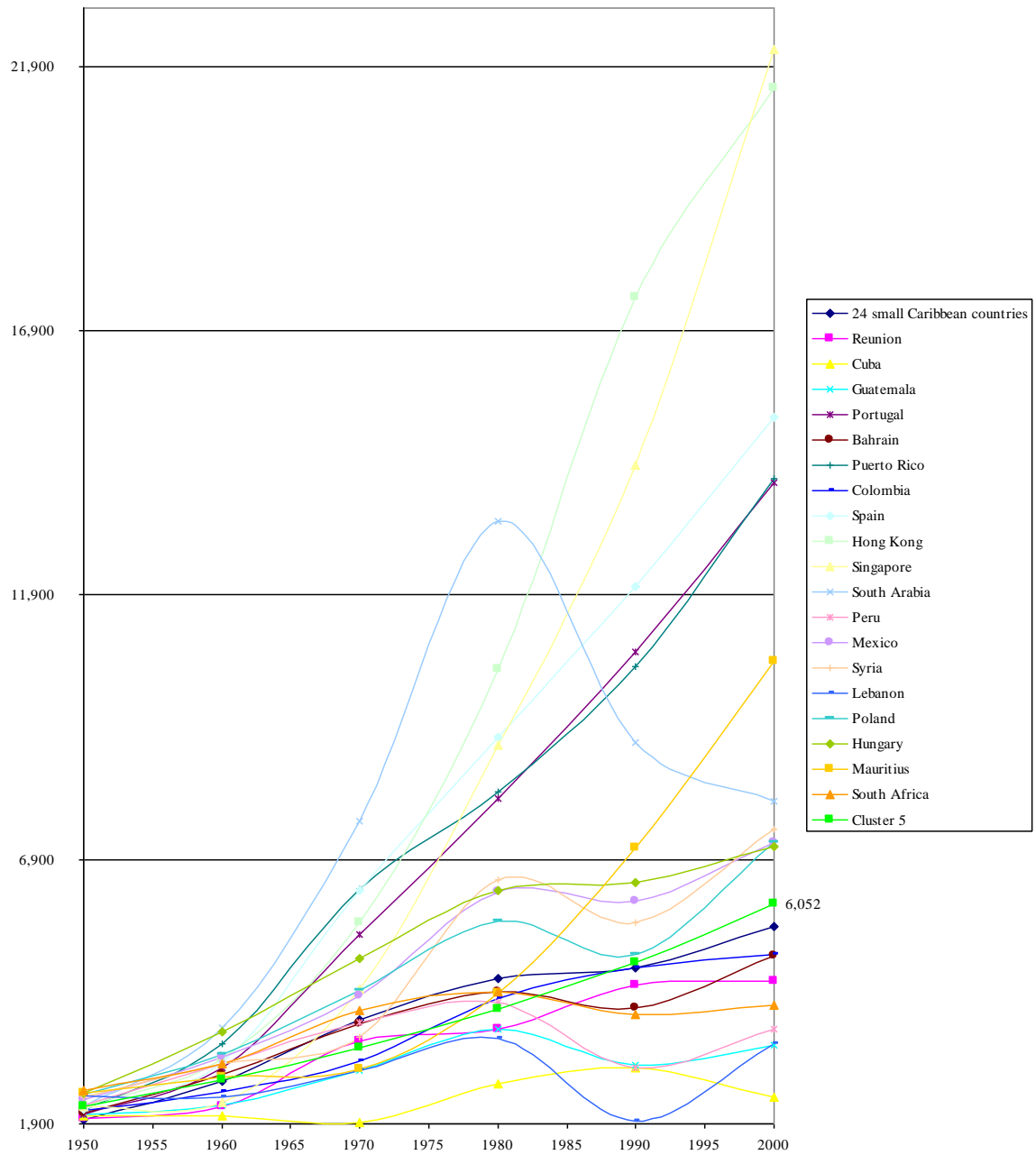


Figura 8  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo seis, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)

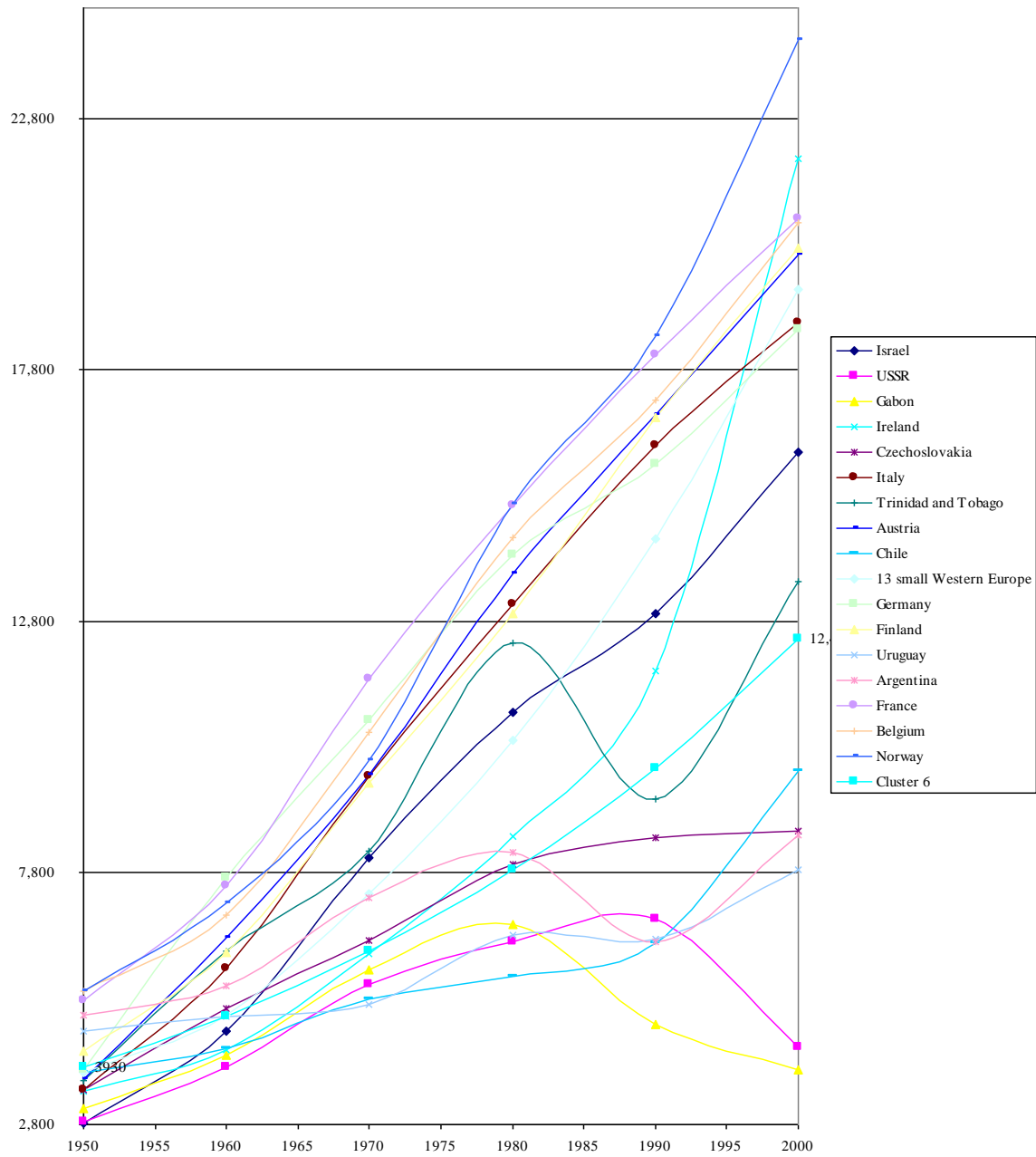
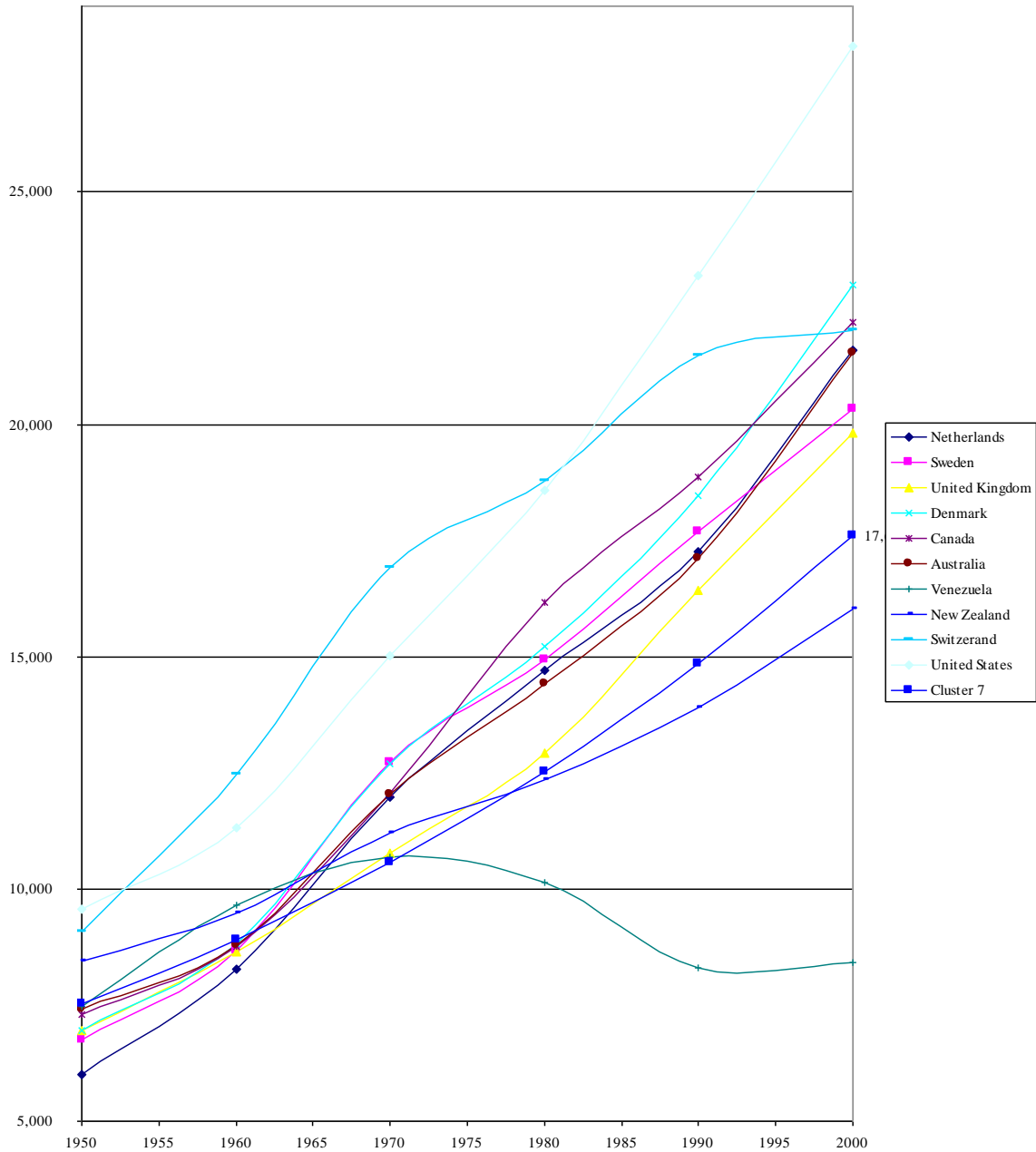


Figura 9  
 Producto interno bruto *per cápita* de los países del grupo siete, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990 y 2000 (dólares internacionales de 1990 de Geary-Khamis)



Estimamos con el MCE el *PIBPC* ajustado para el año 2000 y el respectivo número de economías para cada opción de estancamiento en los siete grupos de economías, posteriormente definimos cuál es la mínima suma de errores al cuadrado entre los *PIBPCs* ajustados y los observados y elegimos la mejor opción de estancamiento; es decir, la frecuencia o probabilidad de este evento o régimen de desempeño económico; así para el grupo uno de economías se eligió la opción de 35 por ciento de tasas de

estancamiento o no significativas estadísticamente, 25 por ciento de tasas de estancamiento para el grupo dos, para el grupo tres se definió como la mejor opción la de 10 por ciento de tasas de estancamiento, el grupo cuatro tiene 15 por ciento de tasas no significativas, mientras que para el grupo cinco de economías se determinó que 20 por ciento de sus tasas es de estancamiento, el grupo seis tiene 25 por ciento de tasas de estancamiento y el grupo siete tiene 10 por ciento de tasas de estancamiento.

En la tabla 8 presentamos las probabilidades calculadas por régimen de desempeño para cada grupo de economías, así como los premios y castigos correspondientes a tales regímenes; es decir, las tasas de crecimiento, de estancamiento y decrecimiento, lo cual nos permite definir las tasas de crecimiento anuales promedio para cada grupo de economías.

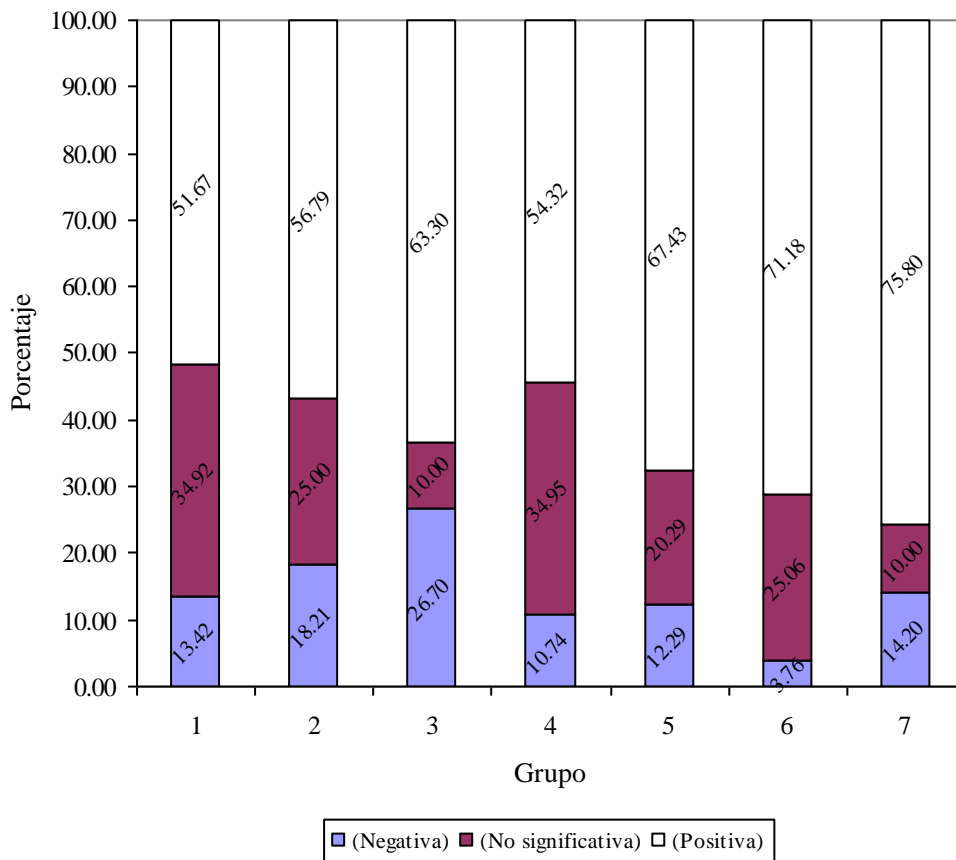
Tabla 8  
Frecuencia relativa y tasas de crecimiento positivas significativas, negativas significativas y de estancamiento por grupo, 1950-2000

Grupo	Frecuencia relativa		TCAP				TCAP* %	. Desv. est. TCAP %	Coef. De var. TCAP%
	Decrecimiento	Estancamiento	Incremento						
1	13.42	-0.07	34.92	0.00	51.67	0.04	1.3527	1.5085	1.1151
2	18.21	-0.05	25.00	0.00	56.79	0.04	1.3341	1.5019	1.1257
3	26.70	-0.04	10.00	0.00	63.30	0.03	0.9344	1.3735	1.4699
4	10.74	-0.06	34.95	0.00	54.32	0.05	1.8452	1.5856	0.8593
5	12.29	-0.05	20.29	0.00	67.43	0.04	2.0143	1.6081	0.7983
6	3.76	-0.09	25.06	0.00	71.18	0.04	2.3033	1.6364	0.7105
7	14.20	-0.02	10.00	0.00	75.80	0.03	1.7169	1.4209	0.8276

\*: Tasas obtenidas considerando no significancia por grupo, los promedios geométricos por grupo y las frecuencias de tasas positivas y negativas en los mismos. Las tasas originales para cada grupo son 0.016, 0.016, 0.010, 0.020, 0.023, 0.025 y 0.019, respectivamente.

Figura 9

Frecuencias o probabilidades de las tasas de crecimiento en los regímenes de desempeño económico: incremento, estancamiento y decremento para siete grupos de países, 1951-2000 (porcentaje)



#### IV. Evaluación mediante bootstrap

El bootstrap es un método de simulación basado en los datos para la inferencia estadística, el cual puede ser utilizado para efectuar inferencias acerca de intervalos de confianza.

El algoritmo del bootstrap comienza por generar un gran número de muestras bootstrap independientes  $\mathbf{x}^{*1}, \mathbf{x}^{*2}, \dots, \mathbf{x}^{*B}$ , cada una de tamaño  $n$ . Típicamente los valores para  $B$ , el número de muestras bootstrap, están en el rango de 50 a 200 para la estimación del error estándar. Correspondiente a cada muestra bootstrap hay una *réplica bootstrap* de  $s$ , llamada  $s(\mathbf{x}^{*b})$ , el valor del estadístico  $s$  evaluado para  $\mathbf{x}^{*b}$ . Si  $s(\mathbf{x})$  es la mediana muestral, por ejemplo, entonces  $s(\mathbf{x}^*)$  es la mediana de la muestra bootstrap. El error estándar estimado mediante bootstrap es la desviación estándar de las réplicas bootstrap,



$$\hat{s}e_{boot} = \left\{ \sum [s(x^{*b}) - s(\cdot)]^2 / (B-1) \right\}^{1/2} \quad (1)$$

donde  $s(\cdot) = \sum_{b=1}^B s(x^{*b}) / B$ . Suponga que  $s(\mathbf{x})$  es la media  $\bar{x}$ .

La probabilidad del régimen de incremento más grande, corresponde al grupo siete de economías con 0.7580 y la probabilidad mínima al grupo uno con 0.5167. Al aplicar el análisis bootstrap respectivo para comparar estas probabilidades encontramos el siguiente ordenamiento descendente por grupo:  $c_1 \leq c_4 = c_2 < c_3 \leq c_5 = c_6 < c_7$ .

El grupo tres tiene la máxima probabilidad de estar en el régimen de decremento: 0.2670; mientras que el grupo seis tiene una probabilidad de 0.0376. Para el evento de decremento se presenta la siguiente situación derivada a partir de las pruebas bootstrap:  $c_6 < c_4 = c_5 = c_1 = c_7 < c_2 < c_3$ .

Los grupos tres y siete tienen una probabilidad de estancamiento igual a 0.10, en tanto que los grupos 4 y 1 de 0.3495 y 0.3492, respectivamente. El análisis bootstrap indica el siguiente orden en la probabilidad de estancamiento por grupo:  $c_7 = c_3 < c_5 < c_6 = c_2 < c_4 = c_1$ .

## V. Conclusiones

No podemos rechazar que los grupos de las economías pobres están caracterizados por presentar una baja probabilidad en el régimen de desempeño económico de incremento en comparación con los grupos de países ricos; en tanto que, en el régimen de no significancia o estancamiento los grupos de países pobres presentan una alta probabilidad y, por su parte, los grupos de países países ricos se caracterizan por una baja probabilidad; situación similar a la que ocurre en el régimen de estancamiento.

A partir de esta determinación de probabilidades es posible examinar cuestiones sobre distribución del producto mundial, desigualdad global, convergencia, tendencias de crecimiento de largo plazo, ciclos de crecimiento, entre otros temas de análisis económico.

## Referencias

Efron, Bradley and Robert J. Tibshirani (1993). *An Introduction to the Bootstrap*, U. S.: Chapman and Hall/CRC.

Hernández-Veleros, Zeus Salvador (2006). *Equiprobable Growth Model and World Income Distribution*, Research for DEA, Universidad de Barcelona.

Maddison, Angus (2003). *The World Economy: Historical Statistics*, Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development.