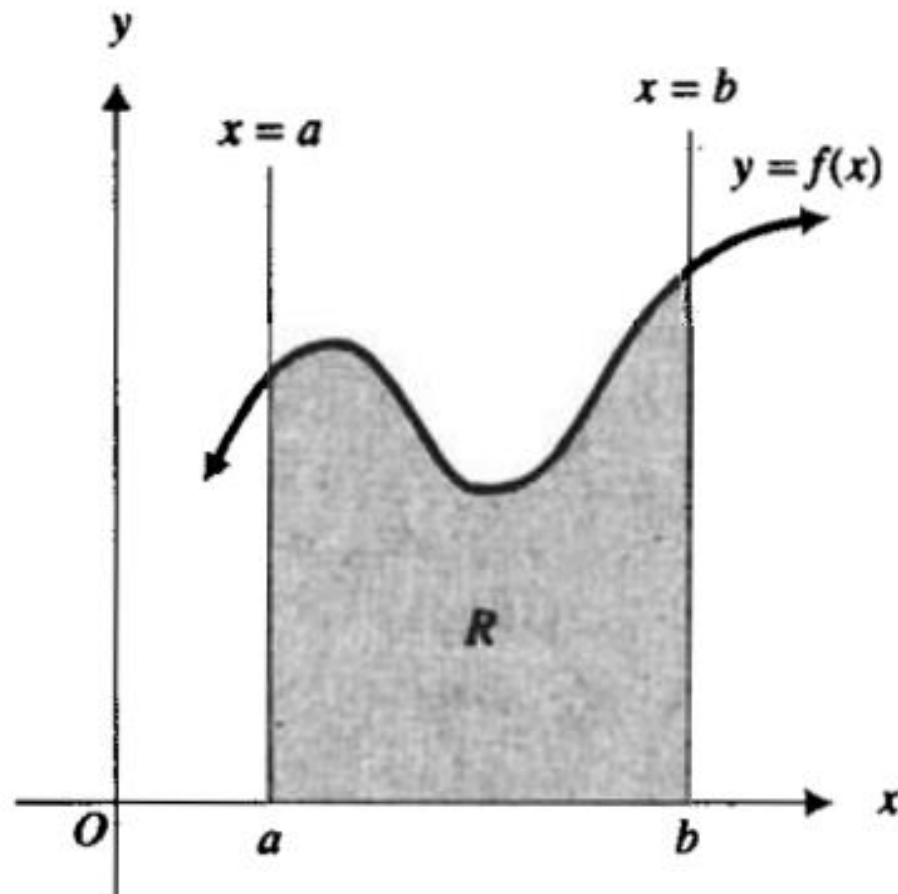


INTEGRACIÓN



... el área bajo la curva

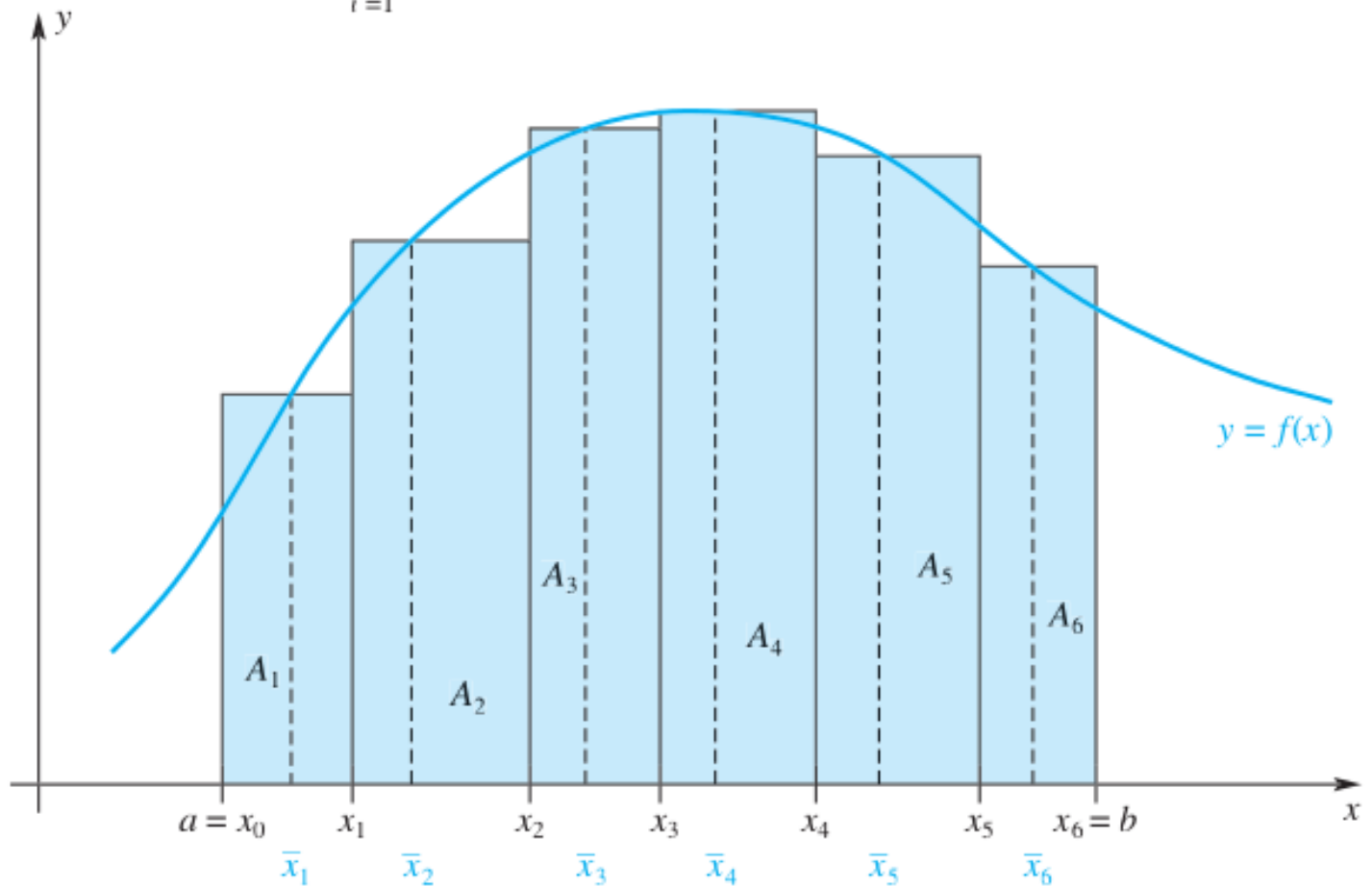
- Gráficamente, la integral es el área bajo la curva



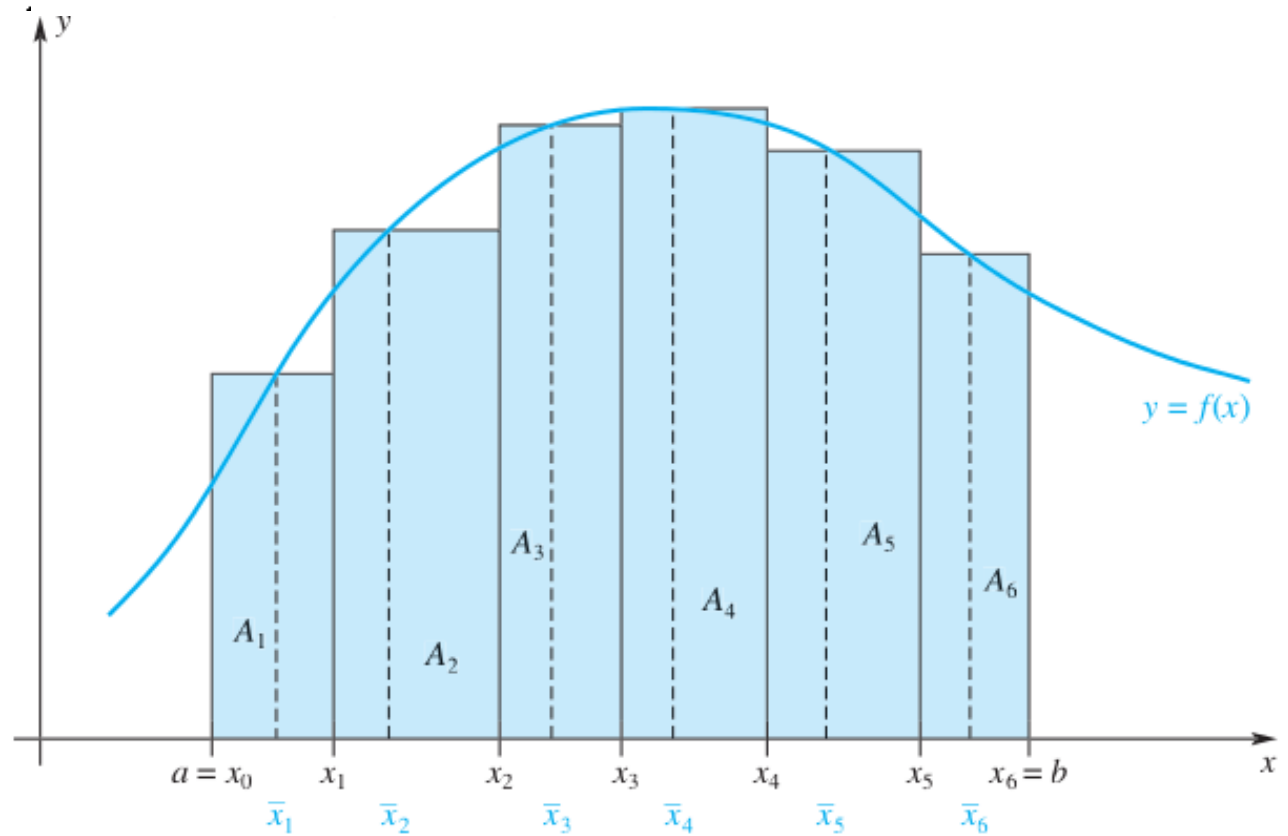
Sumas de Riemman

Una suma de Riemann interpretada como una suma algebraica de áreas

$$\sum_{i=1}^6 f(\bar{x}_i) \Delta x_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$$



$$R_P = \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$$



La integral definida

Definición Integral definida

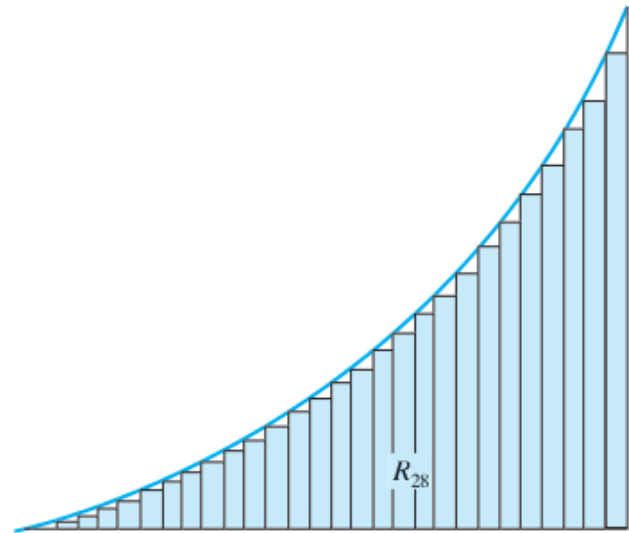
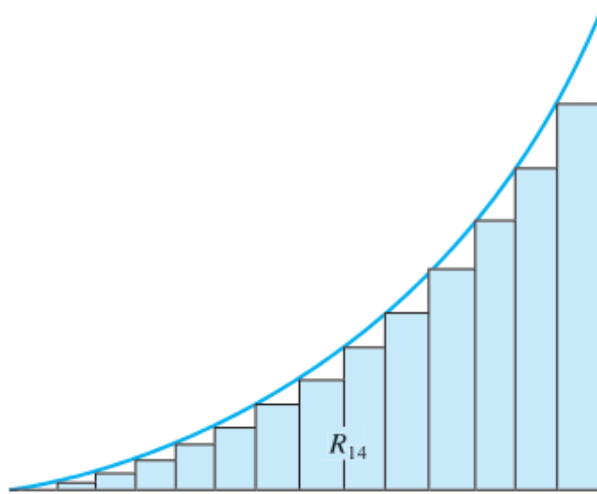
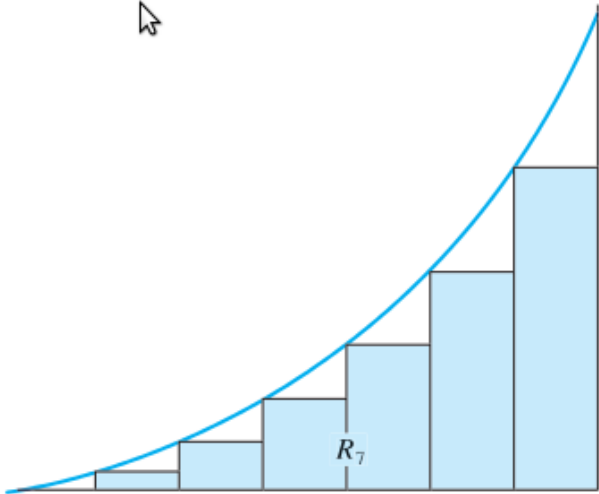
Sea f una función que está definida en el intervalo cerrado $[a, b]$. Si

$$\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

existe, decimos que f es integrable en $[a, b]$. Además, $\int_a^b f(x) dx$, denominada **integral definida** (o integral de Riemann) de f de a hacia b , entonces está dada por

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\bar{x}_i) \Delta x_i$$

4



Teoremas fundamentales del cálculo

Teorema A Primer Teorema Fundamental del Cálculo.

Sea f continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y sea x un punto (variable) en (a, b) . Entonces,

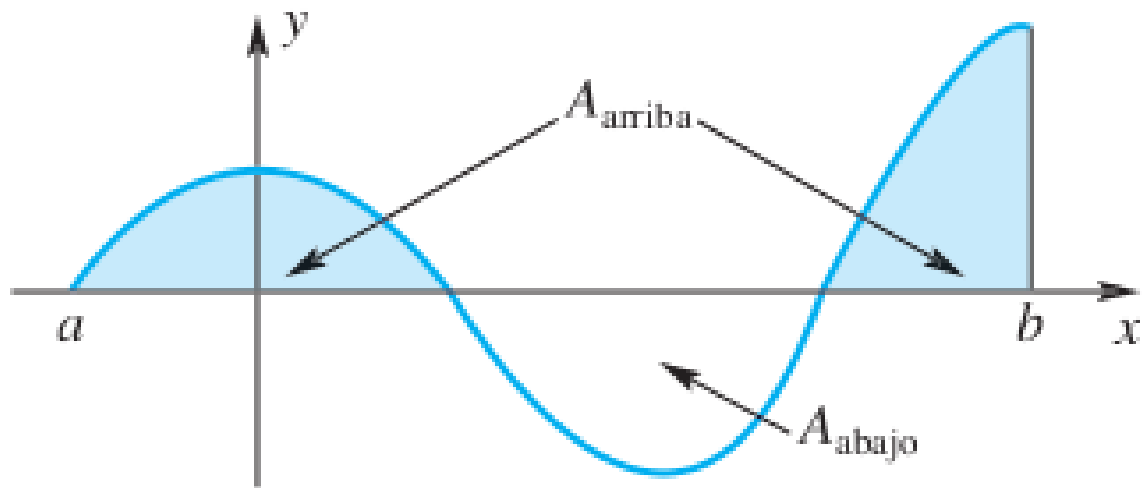
$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$$

Teorema A Segundo Teorema Fundamental del Cálculo

Sea f continua (y de aquí integrable) en $[a, b]$, y sea F cualquier antiderivada de f en $[a, b]$. Entonces

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = A_{\text{arriba}} - A_{\text{abajo}}$$



Fórmulas

1 $\int u dv = uv - \int v du$	2 $\int u^n du = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + C$ si $n \neq -1$	3 $\int \frac{du}{u} = \ln u + C$	4 $\int e^u du = e^u + C$
5 $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$	6 $\int \text{sen } u du = -\cos u + C$	7 $\int \cos u du = \text{sen } u + C$	
8 $\int \sec^2 u du = \tan u + C$	9 $\int \csc^2 u du = -\cot u + C$	10 $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$	
11 $\int \csc u \cot u du = -\csc u + C$	12 $\int \tan u du = -\ln \cos u + C$	13 $\int \cot u du = \ln \text{sen } u + C$	
14 $\int \sec u du = \ln \sec u + \tan u + C$	15 $\int \csc u du = \ln \csc u - \cot u + C$	16 $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{sen}^{-1} \frac{u}{a} + C$	
17 $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + C$	18 $\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u+a}{u-a} \right + C$	19 $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left \frac{u}{a} \right + C$	