PROBLEMARIO DE ALGEBRA LINEAL

EJERCICIO 1
Grafica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y determina su solución.

a) $X - Y = 1$ $X + Y = 7$	a) $X = 4, Y = 3$
b) $x + 8 = y + 2$ $y - 4 = x + 2$	b) Equivalentes (Número infinito de soluciones)
c) $x + 3y = 6$ $3x + 9y = 10$	c) Paralelas (No tiene solución)

EJERCICIO 2
Utiliza cualquiera de los métodos analíticos conocidos para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $6x - 5y = -9$ $4x + 3y = 13$	a) $x = 1, y = 3$
b) $3x - 4y = 41$ $11x + 6y = 47$	b) $x = 7, y = -5$
c) $7x - 15y = 1$ $-x - 6y = 8$	c) $x = -2, y = -1$
d) $9x + 11y = -14$ $6x - 5y = -34$	d) $x = -4, y = 2$
e) $10x - 3y = 36$ $2x + 5y = -4$	e) $x = 3, y = -2$
f) $7x_1 - 4x_2 = 5$ $9x_1 + 8x_2 = 13$	f) $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$
g) $9x + 16y = 7$ $4y - 3x = 0$	g) $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{4}$
h) $14A - 11B + 29 = 0$ $13B - 8A = 30$	h) $A = -\frac{1}{2}, B = 2$
i) $x + 6y = 27$ $7x - 3y = 9$	i) $x = 3, y = 4$
j) $3X - 2Y = -2$ $5X + 8Y = -60$	j) $X = -4, Y = -5$
k) $3F_1 + 5F_2 = 7$ $2F_1 - F_2 = -4$	k) $F_1 = -1, F_2 = 2$

l) $3(X+2)=2Y$
$2(Y+5)=7X$

m) $30-(8-x)=2y+30$
$5x-29=x-(5-4y)$

n) $\frac{3}{2}x+y=11$
$x+\frac{1}{2}y=7$

o) $\frac{5}{12}x-y=9$
$x-\frac{3}{4}y=15$

p) $x+y+z=12$
$2x-y+z=7$
$x+2y-z=6$

q) $x-y+z=2$
$x+y+z=4$
$2x+2y-z=-4$

r) $2x+y-3z=-1$
$x-3y-2z=-12$
$3x-2y-z=-5$

s) $6x+3y+2z=12$
$9x-y+4z=37$
$10x+5y+3z=21$

t) $4x+2y+3z=8$
$3x+4y+2z=-1$
$2x-y+5z=3$

u) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}-\frac{z}{3}=3$

$\frac{x}{3}+\frac{y}{6}-\frac{z}{2}=-5$

$\frac{x}{6}-\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=0$

l) $X=4,\ Y=9$

m) $x=4, y=-2$

n) $x=6, y=2$

o) $x=12, y=-4$

p) $x=3, y=4,\ z=5$

q) $x=-1, y=1,\ z=4$

r) $x=1, y=3,\ z=2$

s) $x=5, y=-4,\ z=-3$

t) $x=5, y=-3,\ z=-2$

u) $x=6, y=12,\ z=18$

EJERCICIO 3

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con el método de eliminación de Gauss – Jordan.

a) $10x-3y=36$
$2x+5y=-4$

a) $x=3, y=-2$

b) $$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x + y + 2z &= 9 \\ x - y - 3z &= -10 \end{aligned}$$

b) $x = 1, y = 2, z = 3$

c) $$\begin{aligned} 2l_1 + 3l_2 + l_3 &= 1 \\ 6l_1 - 2l_2 - l_3 &= -14 \\ 3l_1 + l_2 - l_3 &= 1 \end{aligned}$$

c) $l_1 = -2, l_2 = 3, l_3 = -4$

d) $$\begin{aligned} 3x + 6y - 6z &= 9 \\ 2x - 5y + 4z &= 3 \\ -x + 16y - 14z &= 3 \end{aligned}$$

d) $\left(\frac{2}{9}z + \frac{7}{3}, \frac{8}{9}z + \frac{1}{3}, z\right)$
Número infinito de soluciones

e) $$\begin{aligned} 7F_1 + 3F_2 - 4F_3 &= -35 \\ 3F_1 - 2F_2 + 5F_3 &= 38 \\ F_1 + F_2 - 6F_3 &= -27 \end{aligned}$$

e) $F_1 = 1, F_2 = -10, F_3 = 3$

f) $$\begin{aligned} x_2 - 3x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= 3 \end{aligned}$$

f) $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = -1$

g) $$\begin{aligned} x + y - z &= 7 \\ 4x - y + 5z &= 4 \\ 6x + y + 3z &= 20 \end{aligned}$$

g) No tiene solución

h) $$\begin{aligned} C - 2D &= 5 \\ 3A - 6B + 2C &= 18 \\ A - 2B + C - D &= 8 \\ 2A - 3B + 3D &= 4 \end{aligned}$$

h) $A = 2,\ B = -1,\ C = 3,\ D = -1$

i) $$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_3 - 2x_4 &= -8 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ 5x_1 + 3x_3 - x_4 &= -3 \end{aligned}$$

i) $\left(18 - 4x_4, -\frac{15}{2} + 2x_4, -31 + 7x_4, x_4\right)$
Número infinito de soluciones

j) $$\begin{aligned} x - 2y + z + w &= 2 \\ 3x + 2z - 2w &= -8 \\ 4y - z - w &= 1 \\ -x + 6y - 2z &= 7 \end{aligned}$$

j) $x = 2,\ y = \frac{1}{2},\ z = -3,\ w = 4$

k) $2x - 3y + z + 4u = 0$
$3x + y - 5z - 3u = -10$
$6x + 2y - z + u = -3$
$x + 5y + 4z - 3u = -6$

k) $x = -3,\ y = 4,\ z = -2,\ u = 5$

EJERCICIO 4

Encuentra la solución de los siguientes determinantes, Utiliza el método que más se te facilite, el de Sarrus o el de Coeficientes separados.

a) $\begin{vmatrix} -6 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} -5 & -8 \\ -19 & -21 \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

g) $\begin{vmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

h) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

i) $\begin{vmatrix} 5 & -1 & -6 \\ -2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

a) 0

b) 2

c) – 26

d) – 46

e) – 47

f) 7

g) 14

h) – 44

i) 115

j) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & -8 \\ -3 & -7 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ j) – 171

k) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -1 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ k) 0

l) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -3 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ l) – 23

m) $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 9 & 2 \\ -3 & 6 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & -4 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ m) – 876

n) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ n) 990

EJERCICIO 5

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con la regla de Crammer.

a) $7x + 8y = 29$
$5x + 11y = 26$

a) $x = 3,\ y = 1$

b) $13x - 31y = -326$
$25x + 37y = 146$

b) $x = -6,\ y = 8$

c) $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = -4$

$\frac{x}{8} - \frac{y}{12} = 0$

c) $x = -8,\ y = -12$

d) $x + 4y + 5z = 11$
$3x - 2y + z = 5$
$4x + y - 3z = -26$

d) $x = -2,\ y = -3,\ z = 5$

e) $7x + 10y + 4z = -2$
$5x - 2y + 6z = 38$
$3x + y - z = 21$

e) $x = 8,\ y = -5,\ z = -2$

f) $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$

$\frac{x}{6} + \frac{y}{2} - z = 1$

$\frac{x}{2} - \frac{y}{8} - \frac{z}{2} = 0$

f) $x = 6,\ y = 8,\ z = 4$

g) $2x + 3y + 4z = 3$
$2x + 6y + 8z = 5$
$4x + 9y - 4z = 4$

g) $x = {}^{1}/_{2},\ y = {}^{1}/_{3},\ z = {}^{1}/_{4}$

h) $3x - 2y = -1$
$4x + z = -28$
$x + 2y + 3z = -43$

h) $x = -5,\ y = -7,\ z = -8$

i) $x + 2y + z = -4$
$2x + 3y + 4z = -2$
$3x + y + z + u = 4$
$6x + 3y - z + u = 3$

i) $x = 3,\ y = -4,\ z = 1,\ u = -2$

j) $x - 2y + z + 3u = -3$
$3x + y - 4z - 2u = 7$
$2x + 2y - z - u = 1$
$x + 4y + 2z - 5u = 12$

j) $x = 2,\ y = -3,\ z = 1,\ u = -4$

EJERCICIO 6

Plantea el sistema de ecuaciones lineales de cada uno de los siguientes problemas y resuélvelo con el método de tu elección.

1. Una fábrica de muebles finos tiene dos divisiones: un taller de máquinas en donde se fabrican las piezas de los muebles, y una división de ensamblaje y terminado en la cual las piezas son unidas y armadas en un producto terminado. Hay 12 empleados en el taller y 20 en la división de terminado, y cada empleado trabaja 8 horas al día. Además, la fábrica solo produce dos tipos de muebles: sillas y mesas. Una silla requiere 384/17 horas de máquina y 480/17 horas de ensamblaje y terminado. Una mesa requiere de 240/17 horas de máquina y 640/17 horas de ensamblaje y terminado. Suponiendo que existe una demanda ilimitada de estos productos y que el fabricante debe mantener a todos sus empleados ocupados, ¿Cuántas sillas y mesas puede producir esta fábrica en un día?

RESPUESTA: 3 sillas y 2 mesas

2. Un campesino alimenta a su ganado con una mezcla de dos tipos de alimento. Una unidad del tipo A suministra a una cabeza de ganado 10% de sus requerimientos diarios mínimos de proteína y 15% de carbohidratos. El tipo B contiene en unidad estándar, 12% del requerimiento de proteína y 8% del de carbohidratos. Si el campesino desea dar a sus animales el 100% de sus requerimientos mínimos, ¿Cuántas unidades de alimento debe dar a cada cabeza de ganado diariamente?

RESPUESTA: A = 4 unidades
B = 5 unidades

3. Una empresa fabrica dos productos, A y B. Cada producto tiene que ser procesado por dos máquinas, I y II. Cada unidad del tipo A requiere de 1 hora de procesamiento en la máquina I y 1.5 horas por la máquina II. Cada unidad del tipo B requiere de 3 horas en la máquina I y 2 Horas en la máquina II. Si la máquina I está disponible 300 horas al mes y la máquina II 350 horas, ¿Cuántas unidades de cada tipo podrá fabricar al mes la empresa si utiliza el tiempo total que dispone en las dos máquinas?

RESPUESTA: A = 180 unidades
B = 40 unidades

4. La Secretaría de Hacienda fija ciertas tasas de impuestos a los primeros $5000 de ingresos, y una tasa diferente sobre los ingresos por encima de los $5000 pero menores a los $10 000. El gobierno desea fijar las tasas de impuestos de tal forma que una persona con un ingreso de $7000 tenga que pagar $950 en impuestos, mientras que otra con un ingreso de $9000 debe pagar $1400 de impuestos. Encuentre las dos tasas.

RESPUESTA: Tasa 1 = 22.5%
Tasa 2 = 10%

5. Cierta compañía emplea 53 personas en dos sucursales. De esta gente, 21 son universitarios graduados. Si una tercera parte de las personas que laboran en la primera sucursal y tres séptimos de los que se encuentran en la segunda sucursal son universitarios graduados, ¿Cuántos empleados tiene cada oficina?

RESPUESTA: Oficina 1 = 18 empleados
Oficina 2 = 35 empleados

6. Una persona tiene tres deudas en diferentes tarjetas de crédito, la suma de todo lo que debe es de $ 43950. En la tarjeta Platinum le cobran el 2.8% de interés mensual, en la tarjeta Básica el 1.4% y en la tarjeta Premium el 2%, si mensualmente paga $859 de intereses en total, y si el monto de los intereses mensuales de la tarjeta Platinum y la Básica son iguales, ¿Cuánto debe en cada cuenta?

RESPUESTA: Platinum = $5000
Básica = $10 000
Premium = $28 950

7. Eduardo, Hugo y Arturo fueron a comprar ropa. Eduardo se compró 3 playeras, 2 pantalones y 5 pares de calcetas y pagó $1710. Hugo adquirió 2 playeras, 3 pantalones y 4 pares de calcetas con $2090 y Arturo, 4 playeras, 2 pantalones y 3 pares de calcetas por $1730. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

RESPUESTA: Playera = $120
Pantalón = $550
Par de calcetas = $50

8. Un viajero recién regresado de Europa gastó en alojamiento, por día, $30 dólares en Inglaterra, $20 en Francia y $20 en España. En comidas, por día, gasto $20 en Inglaterra, $30 en Francia y $20 en España. Adicionalmente desembolsó $10 por día en cada país en transporte. El registro del viajero indica que gastó un total de $340 en alojamiento, $320 en comidas y $140 en transporte en su recorrido por los tres países. Calcule el número de días que permaneció el viajero en cada país.

RESPUESTA: Inglaterra = 6 días
Francia = 4 días
España = 4 días

9. Un granjero suministra tres tipos de alimento a un corral que contiene tres tipos de aves: gallinas, guajolotes y patos. Las gallinas consumen cada semana, un promedio de una unidad del alimento 1, una unidad del alimento 2 y dos unidades del alimento 3. Los guajolotes consumen cada semana un promedio de tres unidades del alimento 1, cuatro unidades del alimento 2 y cinco unidades del alimento 3. Para los patos, el consumo semanal promedio es de dos unidades del alimento 1, una unidad del alimento 2 y cinco unidades del alimento 3. Cada semana se proporcionan 15 000 unidades del alimento 1, 10 000 unidades del alimento 2 y 35 000 unidades de alimento 3. Suponiendo que los tres alimentos se consumen, ¿Qué población de gallinas, guajolotes y patos podrá coexistir en el corral?

RESPUESTA: DEPENDE DEL NÚMERO DE PATOS,
EL CUAL DEBE SER ENTRE 5000 Y 6000.

10. Un alto ejecutivo de cierta empresa, tuvo que viajar durante varios días a algunas ciudades por cuestiones de trabajo. En la ciudad de México gastó $50 por cada una de las tres comidas del día, $250 por día de hospedaje, $20 por viaje de taxi del hotel al lugar de trabajo y viceversa y $110 por día en diversos gastos. En Monterrey gastó $80 por cada una de las tres comidas del día, $320 por día de hospedaje, $35 por viaje de taxi del hotel al lugar de trabajo y viceversa y $140 por día en diversos gastos. En Guadalajara gastó $60 por cada una de las tres comidas del día, $280 por día de hospedaje, $40 por viaje de taxi del hotel al lugar de trabajo y viceversa y $120 por día en diversos gastos. Por último, en la ciudad de Querétaro gastó $40 por cada una de las tres comidas del día, $200 por día de hospedaje, $30 por viaje de taxi del hotel al lugar de trabajo y viceversa y $110 por día en diversos gastos. Al término del viaje, el ejecutivo gastó $6470, de los cuales el 27.357% fue en comidas, el 42.503% en hospedaje, el 10.2% en transporte y el 19.938% en diversos gastos. Determina cuantos días estuvo en cada ciudad.

RESPUESTA: México = 3 días
Monterrey = 2 días
Guadalajara = 2 días
Querétaro = 4 días

11. En un sistema económico de tres industrias supongamos que las demandas externas son respectivamente, 10, 25 y 20. Supongamos que $a_{11} = 0.2$, $a_{12} = 0.5$, $a_{13} = 0.15$, $a_{21} = 0.4$, $a_{22} = 0.1$, $a_{23} = 0.3$, $a_{31} = 0.25$, $a_{32} = 0.5$ y $a_{33} = 0.15$. Encuentre la producción de cada industria de forma que su oferta iguale a su demanda.

RESPUESTA: Industria 1 = 110
Industria 2 = 119
Industria 3 = 126

12. En el modelo de Leontief de insumo-producto supongamos que hay tres industrias. Las demandas externas de cada una son $e_1 = 10$, $e_2 = 15$, $e_3 = 30$ y las demandas internas son $a_{11} = 1/3$, $a_{12} = 1/2$, $a_{13} = 1/6$, $a_{21} = 1/4$, $a_{22} = 1/4$, $a_{23} = 1/8$, $a_{31} = 1/12$, $a_{32} = 1/3$, $a_{33} = 1/6$. Encuentra la producción de cada industria suponiendo que la oferta es igual a la demanda.

RESPUESTA: Industria 1 = 73
Industria 2 = 55
Industria 3 = 65

13. Leontief utilizó su modelo para estudiar la economía estadounidense en 1958. Clasificó las industrias básicamente en 6 principales grupos:
    a) Final no metálica **FN** (muebles, alimentos procesados)
    b) Final metálica **FM** (Enseres domésticos, vehículos de motor)
    c) Básica metálica **BM** (Productos elaborados con maquinaria, minería)
    d) Básica no metálica **BN** (agricultura, artes gráficas)
    e) Energía **E** (Petróleo, carbón)
    f) Servicios **S** (Diversiones, bienes raíces)

    El cuadro que se muestra a continuación proporciona las demandas internas en 1958 con base en las cifras de Leontief. Las unidades de la tabla son millones de dólares. Por ejemplo, el número 0.173 en la posición 6,5 significa que es necesario suministrar 0.173 millones = $173 000 dólares de servicios para producir $1 000 000 de dólares equivalente de energía.

	FN	**FM**	**BM**	**BN**	**E**	**S**
FN	0.170	0.004	0	0.029	0	0.008
FM	0.003	0.295	0.018	0.002	0.004	0.016
BM	0.025	0.173	0.460	0.007	0.011	0.007
BN	0.348	0.037	0.021	0.403	0.011	0.048
E	0.007	0.001	0.039	0.025	0.358	0.025
S	0.120	0.074	0.104	0.123	**0.173**	0.234

Finalmente, Leontief estimó las siguientes demandas externas en el año 1958 para la economía estadounidense (en millones de dólares).

FN	99 640
FM	75 548
BM	14 444
BN	33 501
E	23 527
S	263 985

¿Cuántas unidades de cada uno de los seis sectores es necesario producir para activar la economía estadounidense de 1958 a fin de poder satisfacer todas las demandas externas?

RESPUESTA: FN = 131 161
FM = 120 324
BM = 79 194
BN = 178 936
E = 66 703
S = 426 542

EJERCICIO 7

Encuentra la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales homogéneos.

a) $$\begin{aligned} -3x + 4y &= 0 \\ 2x - y &= 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ 2x - 4y + 3z &= 0 \\ -5x + 13y - 10z &= 0 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 2x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \\ 5x_1 + 3x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} -2A + 7D &= 0 \\ A + 2B - C + 4D &= 0 \\ 3A - C + 5D &= 0 \\ 4A + C &= 0 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 0 \\ -2x_1 + 6x_2 &= 0 \\ 4x_1 - 12x_2 &= 0 \end{aligned}$$

a) $x = y = 0$
$solucion\ trival$

b) $x_1 = x_2 = x_3 = 0$
$solucion\ trival$

c) $\frac{1}{6}z, \frac{5}{6}z, z$
$número\ infinito\ de\ soluciones$

d) $-4x_4,\ 2x_4,\ 7x_4,\ x_4$
$número\ infinito\ de\ soluciones$

e) $A = B = C = D = 0$
$solucion\ trival$

f) $x_1 = 3x_2$
$número\ infinito\ de\ soluciones$

EJERCICIO 8
Realiza las operaciones con matrices que se muestran a continuación.

a) $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{3}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{5}{6} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{7}{8} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

f) $(1 \quad 2 \quad -1 \quad 0)(3 \quad -7 \quad 4 \quad -2)$

g) $\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -2 \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$

h) Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

realiza las siguientes operaciones.

1. $(2A)(3B)$
2. $A(B + C)$
3. $2B(3C - 5A)$

i) Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

realiza las siguientes operaciones.

a) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \frac{7}{4} & \frac{1}{6} \\ -1 & \frac{5}{8} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 7 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

e) 1

f) -15

g) $\frac{5}{6}$

h)

1. -132
2. 4
3. 28

i)

1. $\begin{bmatrix} 24 & -14 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} -17 & 12 \\ -10 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} -44 & 12 \\ -22 & 8 \end{bmatrix}$

1. $3C-2A$
2. $2B+A-4C$
3. $A(2C)$
4. $B(A-C)$

4. $\begin{bmatrix} -45 & 30 \\ 53 & -37 \end{bmatrix}$

j) Utiliza un escalar para factorizar las siguientes matrices.

1. $\begin{bmatrix} -6 & 9 & -21 \\ -12 & 0 & 33 \\ 0 & 3 & 42 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{5}{6} \\ 2 & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$

j)

1. $3\begin{bmatrix} -2 & 3 & -7 \\ -4 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & 14 \end{bmatrix}$

2. $\frac{1}{12}\begin{bmatrix} 6 & -10 \\ 24 & -9 \end{bmatrix}$

k) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

k) $\begin{bmatrix} 7 & 16 \end{bmatrix}$

l) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

l) $\begin{bmatrix} 8 & 20 \\ -4 & 11 \end{bmatrix}$

m) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

m) $\begin{bmatrix} -17 & 12 \\ -1 & 18 \end{bmatrix}$

n) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

n) $\begin{bmatrix} 24 & 9 & 35 \\ 14 & 16 & 13 \\ 14 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

o) $\begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 \\ -3 & 5 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 2 \end{bmatrix}$

o) $\begin{bmatrix} -14 & -19 & 0 \\ 7 & 12 & 10 \\ -9 & -19 & 5 \end{bmatrix}$

p) $\begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

p) $\begin{bmatrix} 13 & 35 & 18 \\ 20 & 26 & 20 \end{bmatrix}$

q) $\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

q) $\begin{bmatrix} 19 & -17 & 10 \\ 8 & -12 & 4 \\ -8 & -11 & -5 \end{bmatrix}$

r) Comprueba que la matriz A^{-1} es la matriz inversa de la matriz A.

r) $Si\ son\ inversas$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & -1 \\ \frac{13}{3} & -\frac{11}{3} & 2 \\ -\frac{11}{6} & \frac{5}{3} & -1 \end{bmatrix}$$

s) Suponga que un fabricante produce 4 artículos. La demanda para los artículos está dada por la matriz $D = [30 \quad 20 \quad 40 \quad 10]$. Los precios unitarios para los artículos están dados por el vector precios $P = [20 \quad 15 \quad 18 \quad 40]$ pesos. Si se satisface toda la demanda, ¿Cuánto dinero recibirá el fabricante?

RESPUESTA: $2020

t) Un fabricante de joyería tiene pedidos para 2 anillos, 3 pares de aretes, 5 fistoles y 1 collar, estima que requiere 1 hrs de trabajo para elaborar un anillo, 1.5 hrs para hacer un par de aretes, .5 para hacer el fistol y 2 hrs para elaborar 1 collar.

a) Exprese las órdenes de trabajo como un vector renglón.
b) Exprese los tiempos de elaboración como un vector columna.
c) Determine el número total de horas que se requieren para sustituir los pedidos.

RESPUESTA: 11hrs

u) Un turista regresó de viaje por Europa y en su cartera tenía 1000 chelines austriacos, 20 liras italianas y 30 marcos alemanes. En dólares americanos el valor de cada moneda es: 1 chelin = 0.055dls, 1 lira = 0.001dls y 1 marco = 4dls.

a) Exprese en un vector reglón la cantidad de cada moneda que tiene el turista
b) Exprese el valor de cada moneda en dólares en un vector columna
c) Determine a cuantos dólares equivale el dinero en total del turista

RESPUESTA: 175.02 dls

v) Las ventas de cada uno de los tres productos que elabora una gran compañía, sus utilidades brutas por unidad y sus impuestos unitarios se muestran en las siguientes tablas. Encuentre una matriz que muestre el total de las utilidades e impuestos en cada uno de los 4 meses.

MES	VENTAS		
	PRODUCTO I	**PRODUCTO II**	**PRODUCTO III**
ENERO	4	2	20
FEBRERO	6	1	9
MARZO	5	3	12
ABRIL	8	2.5	20

	UTILIDADES TOTALES EN CIENTOS DE MILLONES	IMPUESTOS TOTALES EN CIENTOS DE MILLONES
PRODUCTO I	3.5	1.5
PRODUCTO II	2.75	2
PRODUCTO III	1.5	0.6

RESPUESTA:

MES	UTILIDADES EN CIENTOS DE MILLONES	IMPUESTOS EN CIENTOS DE MILLONES
ENERO	49.5	22
FEBRERO	37.25	16.4
MARZO	43.75	20.7
ABRIL	64.875	29

EJERCICIO 9

Determina si las siguientes matrices son invertibles.

a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

a) Es invertible

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

b) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

b) Es invertible

$$\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -2 & 3 & 5 \\ 7 & 12 & -4 \end{bmatrix}$

c) No es invertible

d) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

d) Es invertible

$$\frac{1}{8}\begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -3 \\ -2 & 6 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

e) Es invertible

$$\frac{1}{36}\begin{bmatrix} 9 & -6 & 15 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 6 & 4 & 2 & -12 \\ -3 & 1 & 5 & -12 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 10

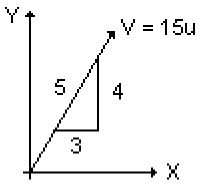
1. Dibuja los siguientes vectores en el plano espacial.

   a) V = (3i, 2j, 3k)
   b) W = (– 2i, 2j, k)
   c) U = (i, – 4j, 3k)
   d) T = (2i, j, – 3k)
   e) A = (– 2i, 4j, – 5k)

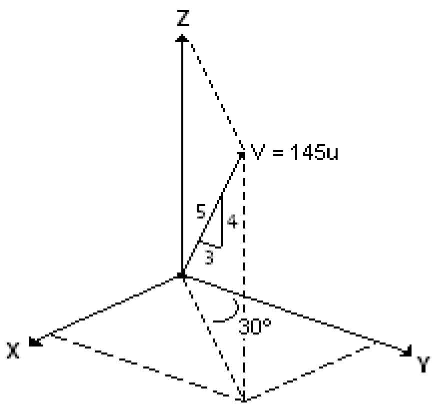
2. En los siguientes casos, expresa el vector en la forma vectorial cartesiana.

   a) V = 30u, θ = 150º
   b) V = 250u, α = 60º, β = 135º, γ = 60º
   c) V = 200u, β = 60º, γ = 45º

d)



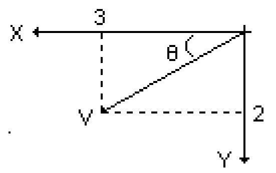
e)



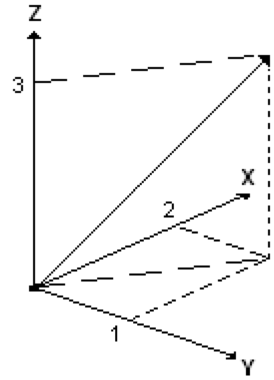
3. Determina la magnitud y dirección de los siguientes vectores.

   a) V = (4i, – 2j, – 4k)
   b) V = (6i, – 2.5j)

   c)

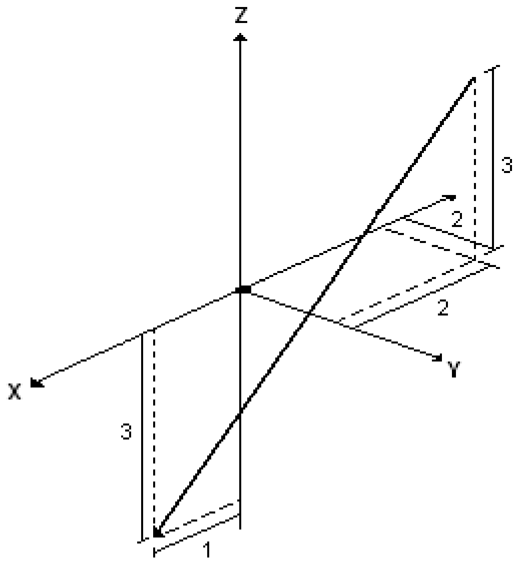


   d)

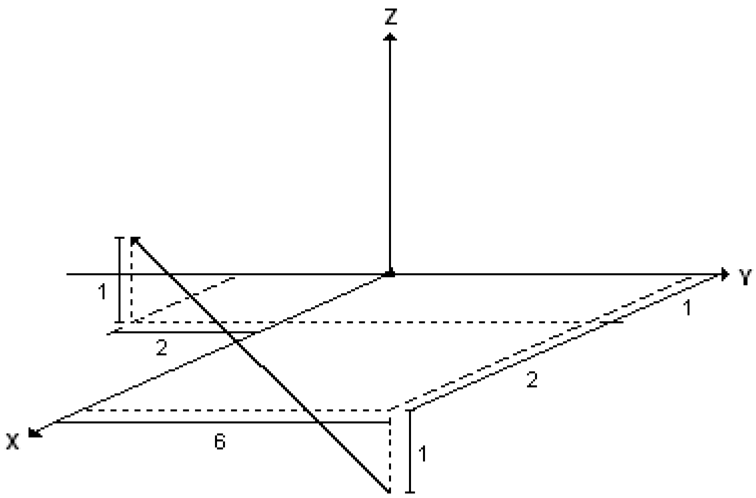


4. Expresa los vectores mostrados en la figura en la forma vectorial cartesiana.

   a)



b)



5. Determina el resultado de las siguientes operaciones con vectores.

V = (2i, – 4j, k)
W = (– 3j, – 5k)
U = (– 6i, – 3j, 2k)

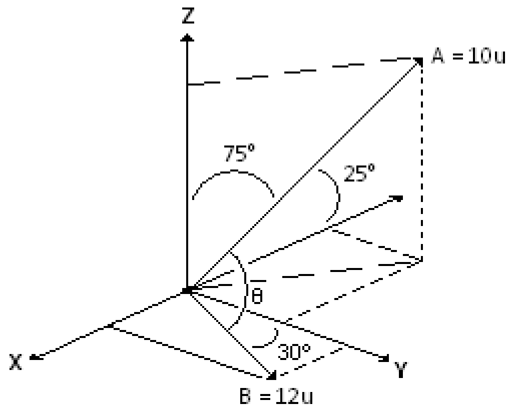
a) V + W
b) U – W
c) 2W + U
d) U – V + 3W
e) 5V – 2U

6. Calcula la magnitud y dirección del vector resultante de la suma de los siguientes vectores.

a) V = 40u, 30º ; W = 25u, 210º
b) V = (– 3i, 2j, 7k) ; W = (i, – 3j, 4k)

7. Calcula la magnitud del ángulo entre los vectores en cada caso. Dibuja los vectores y el ángulo calculado.

   a) V = (3i, – 4j) y W = (2i, 6j, – 3k)
   b) A = (4i, – 3j, 6k) y B = (– 2i, j, 2k)
   c) A = (2i, 4j, 8k) y B = (6i, 2j, – 4k)
   d)



8. Calcula el producto cruz entre los siguientes vectores, después determina la magnitud y dirección de dicho producto. Dibuja el producto en el plano espacial.

   Sean los vectores:

   V = (– 3i, 4j, 6k) **U = (4i, j)**
   W = (– i, – 2j, 3k) **T = (– 2i, 3k)**

   Determina:

   a) V x W

   b) W x V

   c) W x T

   d) U x V

   e) V x T