



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO
DE HIDALGO**
ESCUELA PREPARATORIA DE IXTLAHUACO



Tema: 3.2. Casos de factorización.

L.S.C. Lucia Hernández Granados

Julio – Diciembre 2017

Tema: Definición de Factorización

Resumen

Factorizar una expresión algebraica es hallar dos o más factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta.

La factorización puede considerarse como la operación inversa a la multiplicación, pues el propósito de ésta última es hallar el producto de dos o más factores; mientras que en la factorización, se buscan los factores de un producto dado.

Palabras clave: expresión, monomios, polinomios, productos, residuos, diferencia, factor, diferencia.

Tema: Definición de Factorización

Abstract

Factoring an algebraic expression is to find two or more factors whose product is equal to the proposed expression.

The factorization can be considered as the inverse operation to multiplication, since the purpose of the multiplication is to find the product of two or more factors; while in factorization, we look for the factors of a given product.

keywords: expression, monomials, polynomials, products, residues, difference, factor, difference.

Objetivo General: Identificar y aplicar los diferentes casos de Factorización.

INTRODUCCIÓN

Para entender la operación algebraica llamada **factorización** es preciso repasar los siguientes conceptos:

Cualquier expresión que incluya la relación de igualdad (=) se llama **ecuación** .

Una ecuación se denomina **identidad** si la igualdad se cumple para cualquier valor de las variables; si la ecuación se cumple para ciertos valores de las variables pero no para otros, la ecuación es **condicional** .

Un **término** es una expresión algebraica que sólo contiene productos de constantes y variables; **2x**, **- a**, **3x** son algunos ejemplos de términos.

La parte numérica de un término se denomina **coeficiente** .

Una expresión que contiene un solo término se denomina **monomio** ; si contiene dos términos se llama **binomio** y si contiene tres términos, es un **trinomio** .

Un **polinomio** es una suma (o diferencia) finita de términos.

En este contexto, el **grado** es el mayor exponente de las variables en un polinomio. Por ejemplo, si el mayor exponente de la variable es 3, como en $ax^3 + bx^2 + cx$, el polinomio es de **tercer grado** .

Una **ecuación lineal** en una variable es una ecuación polinómica de **primer grado** ; es decir, una ecuación de la forma $ax + b = 0$.

Las **potencias** de un número se obtienen mediante sucesivas multiplicaciones del número por sí mismo. El término **a** elevado a la tercera potencia, por ejemplo, se puede expresar como $a \cdot a \cdot a$ o a^3

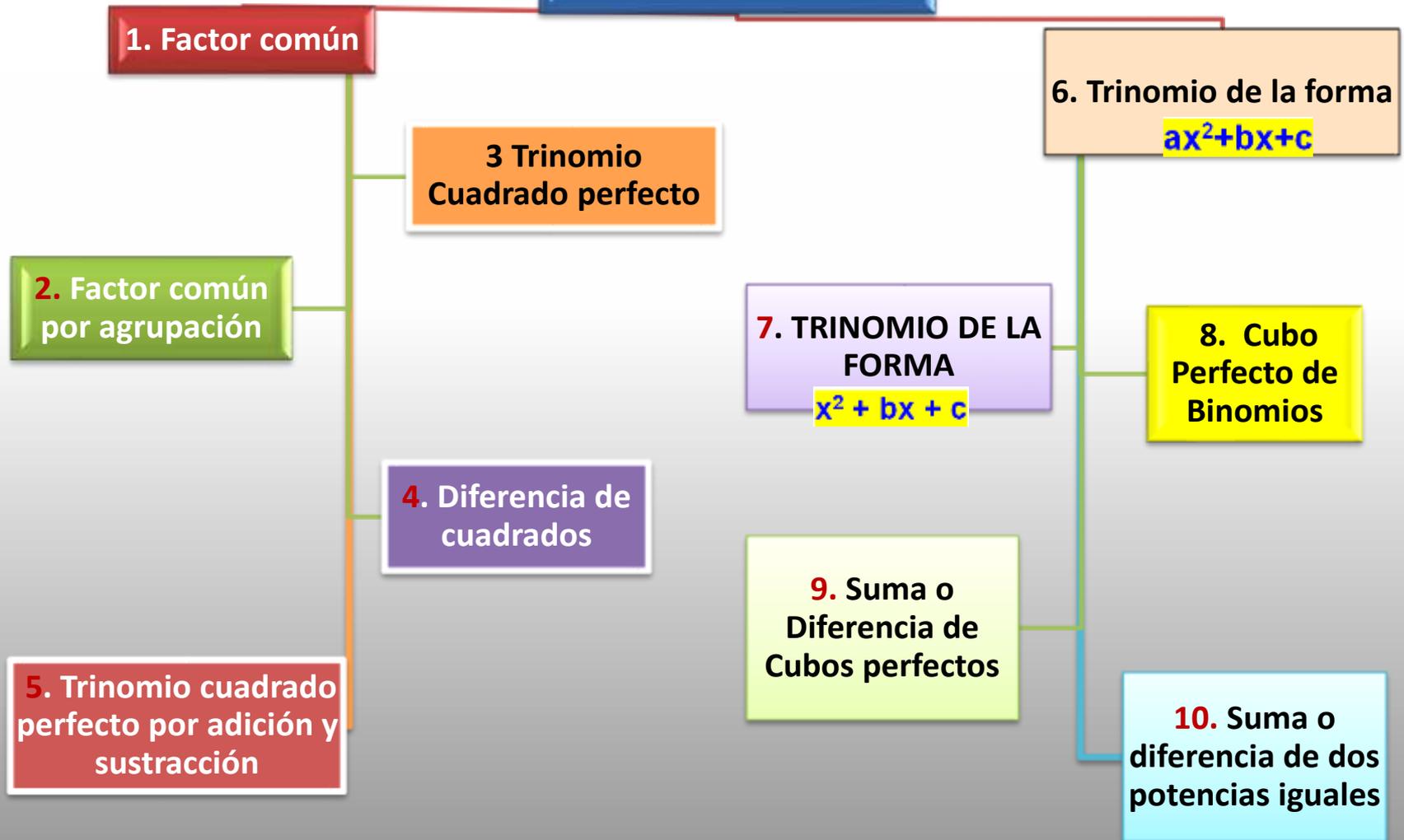
3.1 CONCEPTO DE FACTORIZACIÓN.

Factorización: es una expresión algebraica donde se hallan dos o más factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta.

Un factor es cada uno de los números que se multiplican para formar un producto.

Es decir identificar un factor que se repita en ambas expresiones.

3.2 CASOS DE FACTORIZACIÓN



EL PRIMER CASO:

FACTORES QUE SE DIVIDE EN DOS PARTES QUE SON:

FACTOR COMÚN MONOMIO Y FACTOR COMÚN POLINOMIO

Es una expresión algebraica en la que se utilizan exponentes naturales de variables literales que constan de un solo término, un número llamado coeficiente. Las únicas operaciones que aparecen entre las letras son el producto y la potencia de exponentes naturales.

Término en común X

Se toma al exponente más pequeño = 3

Se observa que son números divisibles de 4

EJEMPLO

$$4x^3 + 8x^4 - 32x^5 = 4x^3 (1 + 2x - 8x^4)$$

$$4ab^3 + 5a^4b - 7a^5b^2 = ab(4b^2 + 5a^5 - 7a^4b)$$

Término en común ab

Se toma al exponente más pequeño

Se observa que no son números divisibles



SEGUNDO CASO: FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN

Se llama factor común por agrupación de términos, si los términos de un polinomio pueden reunirse en grupos de términos con un factor común diferente en cada grupo.

Termino en común b y a
Se agrupan en un paréntesis acorde a la literal que se repitan

EJEMPLO

Se observa que a y b multiplican al mismo termino
Si realizamos la multiplicación nos debe dar el mismo polinomio

$$\begin{aligned}8bx + 8ax - ay + 10a - by + 10b &= (8bx-by+10b) + (8ax-ay+10a) \\ &= \mathbf{b(8x-y+10) + a(8x-y+10)} \\ &= \mathbf{(b + a) (8x-y+10)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4ab + 6bx - 3xz + 2az - 12xy - 8ay &= (4ab + 2az - 8ay) + (6bx - 3xz-12xy) \\ &= \mathbf{2a(2b+z+4y) + 3x(2b+z+4y)} \\ &= \mathbf{(2a+3x) (2b+z+4y)}\end{aligned}$$

Termino en común a y x
Se agrupan en paréntesis
Se observa que los coeficientes son múltiplos de 2 y 3
Y 2^a y 3x multiplican al mismo polinomio



TERCER CASO: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Es igual al cuadrado de un binomio. Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio (polinomio de tres términos) tal que, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

EJEMPLO

$$4a^2 + 12ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2$$

$$\sqrt{4a^2}$$

$$\sqrt{9b^2}$$

Primer término y último término tengan raíz exacta

$$4a$$

$$3b$$

$$= (2a + 3b)$$

Se colocan entre paréntesis

$$(2)(2a)(3b)$$

$$= (2a + 3b)^2$$

Se eleva al cuadrado

El signo se define en el segundo término.



CUARTO CASO: DIFERENCIA DE CUADRADOS

Se identifica por tener dos términos elevados al cuadrado y unidos por el signo menos. Se resuelve por medio de dos paréntesis, (parecido a los productos de la forma), uno positivo y otro negativo. En los paréntesis deben colocarse las raíces.

EJEMPLO

$$16x^2 - 49y^2 = (3y-2x)(3y+2x)$$

$$\sqrt{16x^2} \quad \sqrt{49y^2}$$

$$4x \quad 3y$$

Primer término y último término tengan raíz exacta

$$= (4a - 3b)(4a + 3b)$$

Se colocan entre paréntesis dos veces

$$= (4a + 3b)(4a - 3b)$$

Se agrega un signo positivo y otro negativo



QUINTO CASO: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICION Y SUSTRACCION

Algunos trinomios no cumplen las condiciones para ser trinomios cuadrados perfectos, el primer y tercer término tienen raíz cuadrada perfecta pero el de la mitad no es el doble producto de las dos raíces. Se debe saber cuanto debe ser el doble producto y la cantidad que falte para cuadrar el término de la mitad, esta cantidad se le suma y se le resta al mismo tiempo, de tal forma se armara un trinomio cuadrado y factorizado unido con el último término tendremos una diferencia de cuadrados.

EJEMPLO

Factorizar $x^4 + 3x^2 + 4$

SOLUCIÓN

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

Raíz cuadrada de x^4 es x^2

Raíz cuadrada de 4 es 2

Doble producto de la primera raíz por la segunda: $2(x^2)(2)$
 $= 4x^2$

El trinomio $x^4 + 3x^2 + 4$ no es trinomio cuadrado perfecto, entonces:

$$\begin{aligned} &x^4 + 3x^2 + 4 \\ &= x^4 + 3x^2 + 4 \\ &\quad + x^2 \quad - x^2 \quad \text{Se suma y se resta } x^2 \\ \hline &= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \quad \text{Se asocia convenientemente} \\ &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \quad \text{Se factoriza el trinomio cuadrado} \\ &\quad \text{perfecto} \\ &= [(x^2 + 2) - x] [(x^2 + 2) - x] \quad \text{Se factoriza la diferencia de} \\ &\quad \text{cuadrados} \\ &= (x^2 + 2 + x) (x^2 + 2 - x) \quad \text{Se eliminan signos de agrupación} \\ &= (x^2 + x + 2) (x^2 - x + 2) \quad \text{Se ordenan los términos de cada} \\ &\quad \text{factor.} \end{aligned}$$

$$\text{Entonces: } x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 - x + 2) (x^2 - x + 2)$$



SEXTO CASO: TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Que cumplen las condiciones siguientes:

- El coeficiente del primer término es 1
- El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.
- El segundo término tiene la misma letra que el primero con exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
- El tercer termino es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo termino y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa

$$x^2 + 10x + 16 = (x + 8) (x + 2)$$

EJEMPLO


$$\sqrt{x^2}$$

$$\sqrt{16}$$

Primer termino y ultimo termino tengan raíz exacta

posibles:

$$16 \times 1 = 16$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$

Se buscan dos números que multiplicados te den el tercer termino y sumados o restados te den el segundo termino

Solo esta cumple que al sumar nos da 10

$$= (x + 8) (x + 2)$$



SEPTIMO CASO: TRINOMIO DE LA FORMA ax^2+bx+c

Condiciones que debe cumplir un trinomio de la forma ax^2+bx+c

El primer término tiene un coeficiente mayor que 1 y tiene una letra cualquiera elevada al cuadrado.

El segundo término tiene la misma letra que el primero pero con exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera positiva o negativa.

El tercer término es una cantidad cualquiera positiva o negativa sin ninguna letra en común con el 1 y 2 términos.

Ejemplo 1 : $2m^2 + 11m + 5$

$$2m^2 + 11m + 5 = \frac{2 \cdot 2m^2 + 11m + 5}{2} = \frac{2m^2 + 11m \times 2 + 10}{2}$$

$$= \frac{2m^2 + 11m \times 2 + 10}{2} = \frac{2m + 10 \quad 2m + 1}{2}$$

$$= \frac{2m^2 + 11m \times 2 + 10}{2} = \frac{\cancel{2} m + 5 \quad 2m + 1}{\cancel{2}}$$

$$m + 5 \quad 2m + 1$$

EJEMPLO



OCTAVO CASO: CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

1. Tener cuatro términos.
2. Que el primer término y el último sean cubos perfectos.
3. Que el segundo término sea más o menos el triplo de la primera raíz cúbica elevada al cuadrado que multiplica la raíz cúbica del último término.
4. Que el tercer término sea el triplo de la primera raíz cúbica por la raíz cubica del último término elevada al cuadrado

$$8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$$

$$\sqrt[3]{8a^3}$$

$$\sqrt[3]{27b^3}$$

$$2a$$

$$3b$$

$$(3)(2a)^2(-3b) = -36a^2b$$

$$(3)(2a)(3b)^2 = 54ab^2$$

EJEMPLO

Primer termino y ultimo termino tengan raíz cubica exacta

$$= (2a - 3b)^3$$

Se colocan entre paréntesis

Se eleva al cuadrado
El signo se define en el segundo termino.



NOVENO CASO: SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Pasos para resolver el ejercicio:

1. Descomponemos en dos factores.
2. En el primer factor se escribe la suma o la diferencia según sea el caso, de las raíces cúbicas de los dos términos.
3. En el segundo factor se escribe la raíz del primer término elevada al cuadrado, empezando con el signo menos y de ahí en adelante sus signos alternados (si es una suma de cubos) o con signo más (si es una diferencia de cubos) el producto de la primera raíz por la segunda, más el cuadrado de la segunda raíz.

EJEMPLO

$$27x^3 + 125y^3 = (3x+5y)(9x^2-15xy+25y^2)$$

$$\sqrt[3]{27x^3}$$

$$\sqrt[3]{125y^3}$$

$$= (2a - 3b)^3$$

$$3x$$

$$5y$$

$$(3x + 5y)(9x^2 - 15xy + 25y^2)$$



DECIMO CASO: SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Criterio 1: $an - bn$ es divisible por $a - b$ siendo n par o impar

Criterio 2: $an - bn$ es divisible por $a + b$ siendo n impar

Criterio 3: $an - bn$ es divisible por $a + b$ siendo n es par

Criterio 4: $an + bn$ nunca es divisible por $a - b$

$$x^7 + 128 = (x+2)$$

$$\sqrt[7]{x} \quad \sqrt[7]{128}$$

$$x \quad 2$$

EJEMPLO



Bibliografía del tema:

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Baldor. (2009). *Álgebra*. México: Publicaciones Cultural/Grupo editorial Patria

<https://sites.google.com/site/nucleodelpensamiento/maticas/noveno/factorizacion/trinomio-cuadrado-perfecto-por-adicion-y-sustraccion>