



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

## Área Académica de Matemáticas y Física

Línea de Investigación: Resolución de problemas y uso de tecnologías digitales en la construcción del conocimiento matemático

Programa Educativo: Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica

Nombre de la Asignatura: Seminario de Investigación

Tema: Sistemas de Representación y el Desarrollo de Conceptos Matemáticos

Ciclo: Agosto-Diciembre 2010

Profesor: Aarón Víctor Reyes Rodríguez





Tema: Sistemas de Representación y el Desarrollo de Conceptos Matemáticos

Abstract: In this presentation I discuss the role of semiotic representations in the construction of mathematical knowledge

Keywords: Systems of representations, mathematical knowledge

Palabras Clave: Sistemas de representación, conocimiento matemático

Firma Electrónica (No obligatorio): Registro Legal

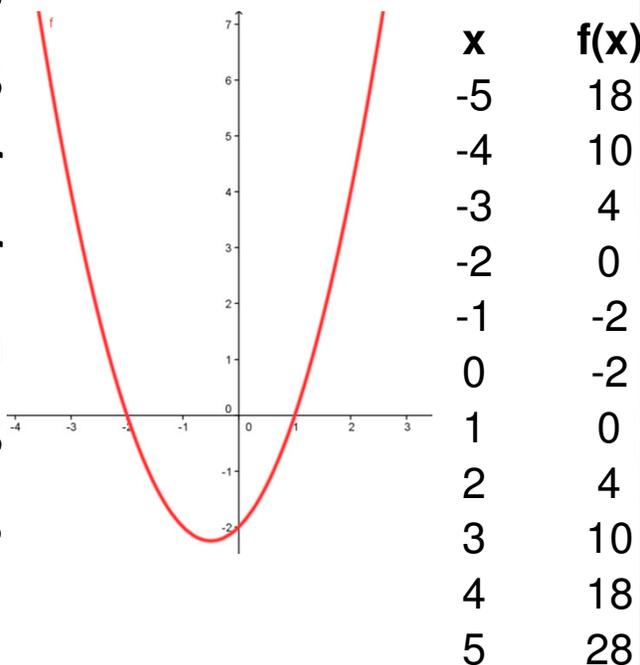




## Objetivo del Artículo

- Entender los obstáculos cognitivos que los estudiantes pueden tener para comprender conceptos matemáticos. En particular aquellos asociados con las representaciones particulares que usan.

$$f(x) = x^2 + x - 2$$



$$f(x) = (x - 1)(x + 2)$$

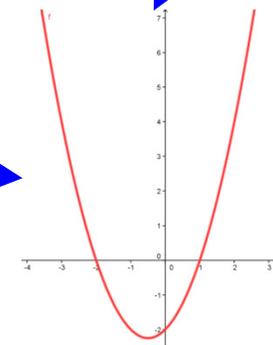
$$\{...(-3,4), (-2,0), (-1,2), (0,-2), (1,0), (2,4), (3,10)...\}$$





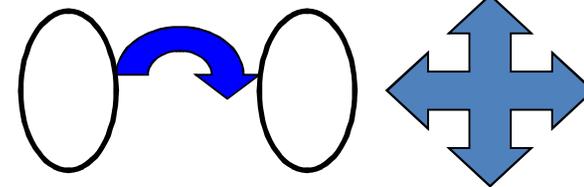
{...(-3,4), (-2,0), (-1,2), (0,-2), (1,0), (2,4), (3,10)...}

# Introducción

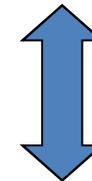


x	f(x)
-5	18
-4	10
-3	4
-2	0
-1	-2
0	-2
1	0
2	4
3	10
4	18
5	28

- Una representación no puede entenderse de forma aislada, sino que tiene sentido sólo dentro de un sistema más amplio dentro del cual se establecen convenciones y significados (estructura)



$$f(x) = x^2 + x - 2$$



$$f(x) = (x - 1)(x + 2)$$





## Dos tipos de sistemas de representación

<b>Sistemas externos de representación</b>	<b>Sistemas internos de representación</b>
<p>Sistemas simbólicos de las matemáticas (numeración en base 10, notación algebraica formal, recta numérica, plano cartesiano), ambientes estructurados de aprendizaje (materiales manipulables, micromundos computacionales)</p>	<p>Constructos personales de simbolización, asignación de significado a la notación matemática, lenguaje natural, imaginación visual, estrategias y heurísticas de resolución de problemas y elementos afectivos con relación a las matemáticas</p>



**La interacción es esencial para la enseñanza y el aprendizaje**



## Conexiones que pueden ocurrir entre representaciones

**Analogía**

**Metáfora**

**Imaginería**

**Diferencias  
estructurales**

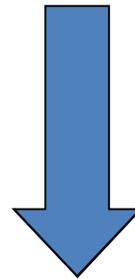
**Similitudes  
estructurales**





## Característica de las representaciones

# AMBIGÜEDAD



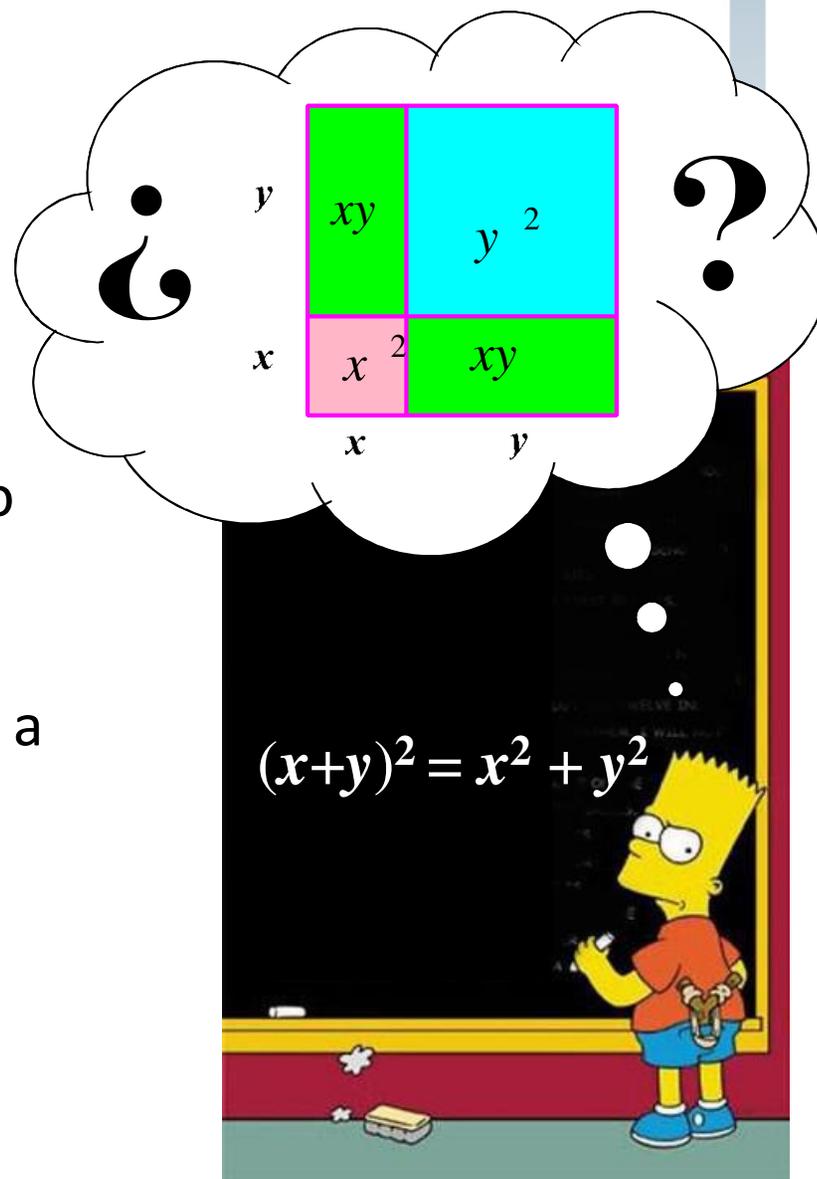
Fuente de Obstáculos Cognitivos





## Supuestos Teóricos

- Existen diferencias en habilidad matemática; pero algunas aparentes limitaciones en el entendimiento de los estudiantes no son intrínsecas. Son el resultado de sistemas de representación interna que están parcialmente desarrollados, los cuales conducen a obstáculos cognitivos y afectivos





## Supuestos Teóricos

- Uno de los objetivos de la educación matemática incluye objetivos representacionales: el desarrollo de sistemas eficientes de representación (interna) en los estudiantes que corresponda de forma coherente, y que interactúe bien, con los sistemas (externos) convencionalmente establecidos en matemáticas.

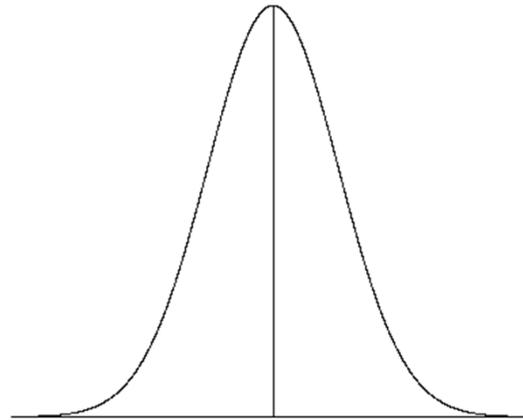




## Sistemas externos de representación

- Representación: es un signo o configuración de signos, caracteres u objetos que pueden actuar como algo diferente a sí mismo.

5



**El objeto representado puede variar de acuerdo con el contexto o el uso de la representación**

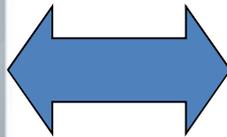




# Las representaciones forman parte de un sistema

5

Estructura



0, 1, 2, 3, ...

$\frac{a}{b}$

=

×

+

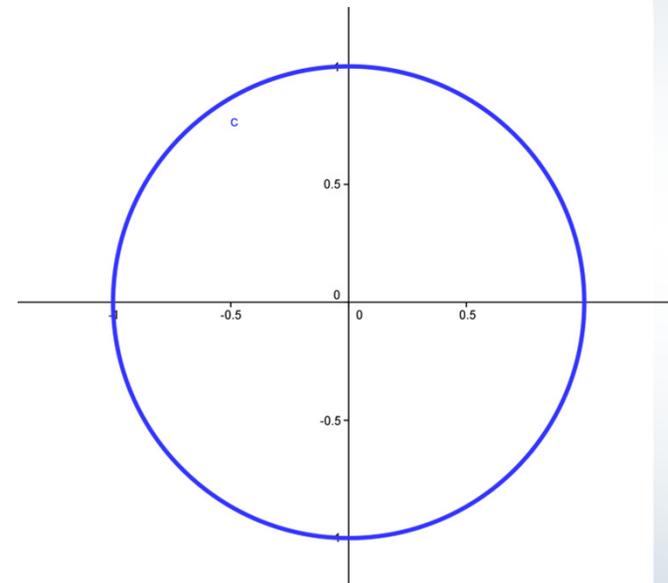
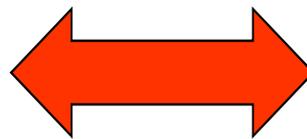
Sistema de numeración  
en base 10





## La representación ocurre en dos sentidos

$$x^2 + y^2 = 1$$





Matemáticas

Enseñanza de las matemáticas

Crear y refinar sistemas de representación

Trabajar y resolver problemas con el uso de los sistemas de representación





## Tipos de SRE

Utilidad	Ejemplos
Notacional y formal	Sistema de numeración; escritura y operación de expresiones algebraicas y ecuaciones; convenciones para representar a las funciones, derivadas e integrales en cálculo. Lenguaje de computación como Logo.
Exhibir relaciones visuales o espaciales	Rectas numéricas, gráficas en diferentes sistemas coordenados, gráficas de caja de datos, diagramas geométricos o imágenes de fractales generadas por computadora.
Denotar o describir objetos, acciones o relaciones	Lenguaje escrito o hablado.



**Representaciones Ejecutables**



## Representaciones internas, psicológicas de los estudiantes

- Los sistemas externos de representación son útiles o no en la medida que los estudiantes los entienden.

**Significado Matemático**

**Reconocimiento de estructura**

**Interpretación**





## Tipos de SRI

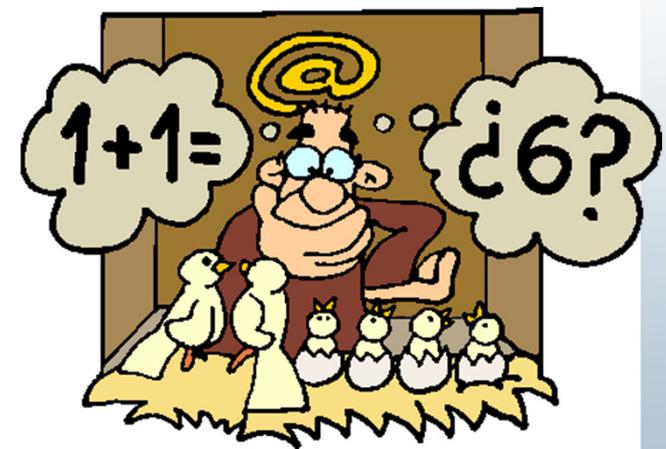
Tipo	Ejemplos
Verbal / sintáctico	Describe las capacidades relacionadas con el lenguaje natural de los individuos.
Imaginería	Configuraciones cognitivas visuales y espaciales o “imágenes mentales”, codificación kinestésica, constructos auditivos y rítmicos
Notación formal	Manipulación mental de números, operaciones aritméticas o visualización de pasos para resolver una ecuación.
Procesos estratégicos y heurísticos	Métodos organizados mentalmente, “ensayo y error”, “establecer submetas” o “trabajar hacia atrás”
Afectivos	Cambio de emociones, actitudes, creencias y valores acerca de las matemáticas o la relación de uno con las matemáticas.





## Una dificultad

- No podemos observar las representaciones internas de un estudiante directamente. Sólo podemos realizar inferencias con base en su discurso sobre las representaciones externas o la producción de las mismas.





## Características de las RI

- Las representaciones internas pueden referirse a las representaciones externas, así como unas a otras representaciones, en formas complicadas

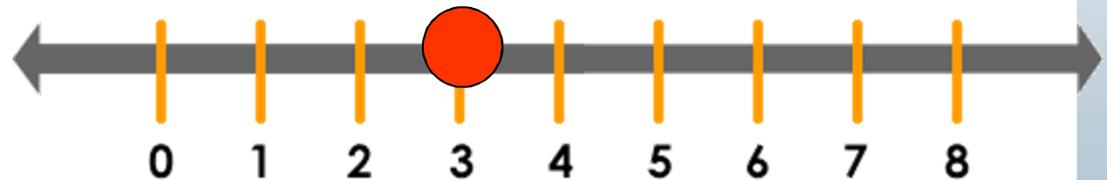




## Representaciones Internas de...



3





## Representaciones y el aprendizaje

- Un concepto matemático se aprende y puede aplicarse en la medida que una variedad apropiada de representaciones internas se han desarrollado junto con relaciones de funcionamiento entre ellas.





## Relaciones entre representaciones

- Analogía y metáfora: entran en juego cuando se evocan imágenes para desarrollar, explicar o interpretar constructos matemáticos. Siempre involucran más de un sistema de representación (“ser como”).

-3

“Es como regalar tres pesos”

“Es como deber tres pesos”

**Sin ser muy específico  
acerca de cómo o por qué es  
como eso.**





## Comentarios

- Una representación (la notación simbólica  $-3$ ) se interpreta en relación con otras, la imaginería de la vida real asociada con regalar o pedir prestado. En un sentido pensar a  $-3$  como “es un número”, extiende metafóricamente el significado de número. Las cantidades negativas no se ajustan con un significado cardinal, previamente desarrollado, de número como el resultado de contar los elementos de un conjunto finito.





## Referencias

- Goldin, G., & Shteingold, N. (2000). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Couco (Ed.), *The Roles of Representation in School Mathematics. 2001 Yearbook* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.

