Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Escuela Superior Huejutla

Área Académica: Sistemas Computacionales

Tema: Calculo de Aéreas Elementales

Profesor: Ing. Alfonso Hernández Hernández

Periodo: Julio – Diciembre 2011

Keywords Straight sides, curved sides and Area under Graphics

Tema: **Calculo de Áreas Elementales**

Abstract

This paper presents a systematic technique for approximating the area of a curvilinear region using easy to calculate polygonal areas.

Keywords: Straight sides, curved sides and Area under Graphics

Calculo de Áreas Elementales

¿Cuál es el significado de la palabra área?

Esta cuestión es fácil de responder

Para Regiones con lados rectos.

Para un rectángulo.

$A = l\,w$

donde

A = área

l = largo

w = ancho

El área de una región con lados curvos

Dada una región plana R cuya área se quiere determinar. Trabajando

con un polígono P inscrito en R , Fig.1 y

con un polígono Q circunscrito fuera de R, Fig. 2

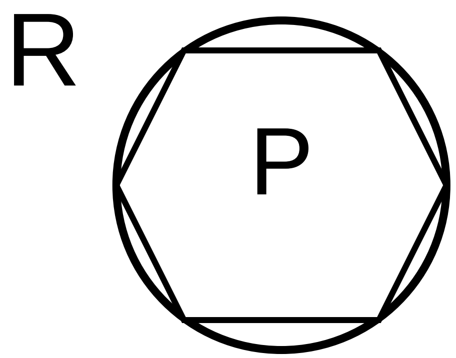

Fig. 1

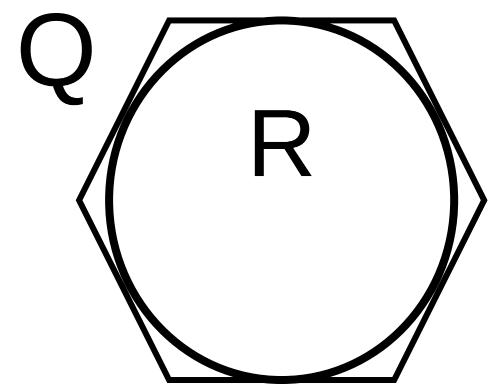

Fig. 2

a) Polígono P de seis lados inscrito en R

b) Polígono Q de seis lados circunscrito alrededor de R

Si los polígonos P y Q tienen un numero suficientemente grande de lados, de longitud pequeña.

Entonces

a (P) y a (Q) se aproximan al área de la región R.

Además es posible controlar el error.

Vemos que

$a(P) < a(R) < a(Q)$

Ya que R contiene a P pero esta contenida

En el polígono Q.

Área Bajo Graficas

Consideremos el tipo de región determinado por una función continua positiva f definida en el intervalo cerrado [a , b].

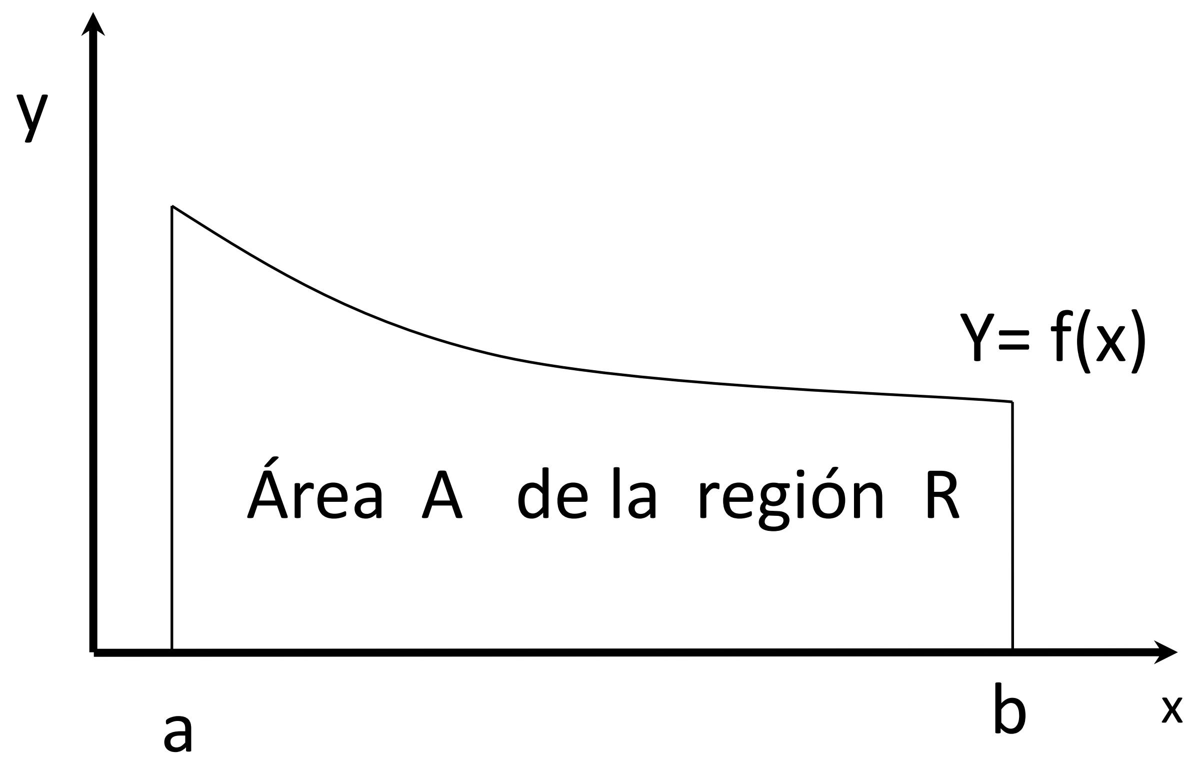

Fig.3

Calcular el área A de la región R que se encuentra bajo la curva y = f(x)

Dividimos el intervalo base [a , b]. En subintervalos, todos con la misma longitud.

El área A, es la suma de las aéreas de estas franjas.

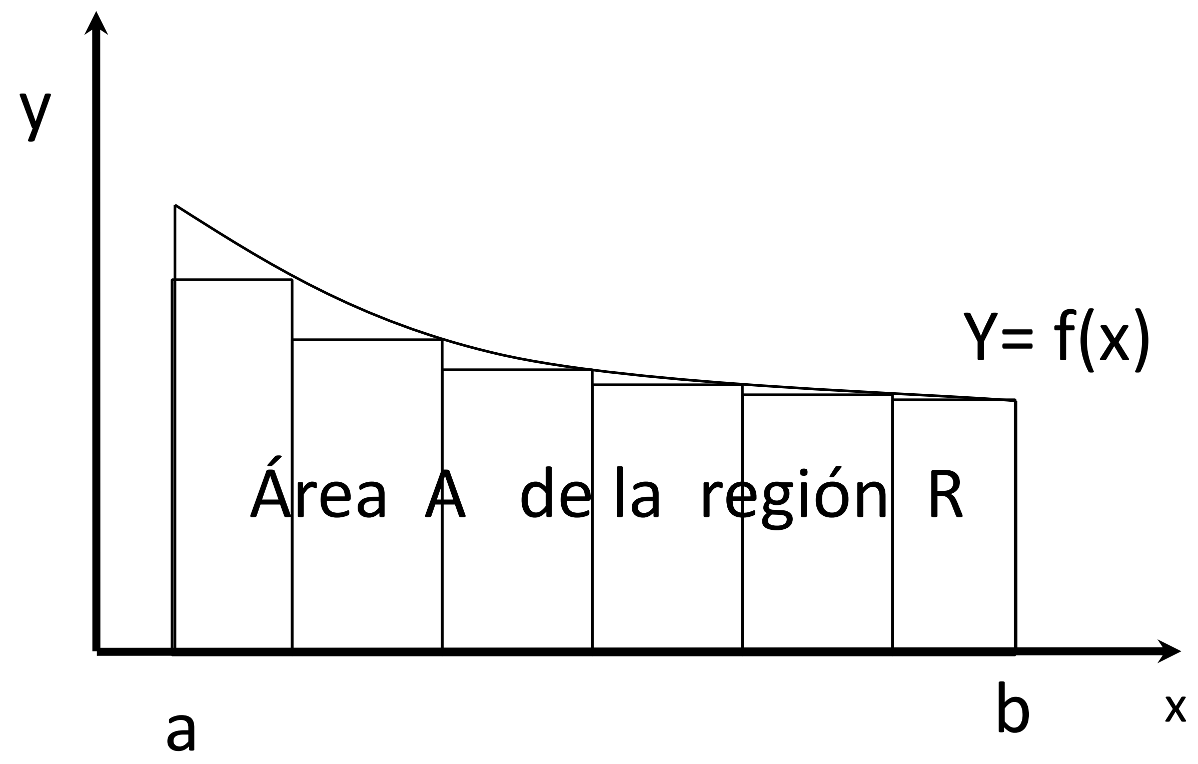

Fig.4

Suma de áreas:

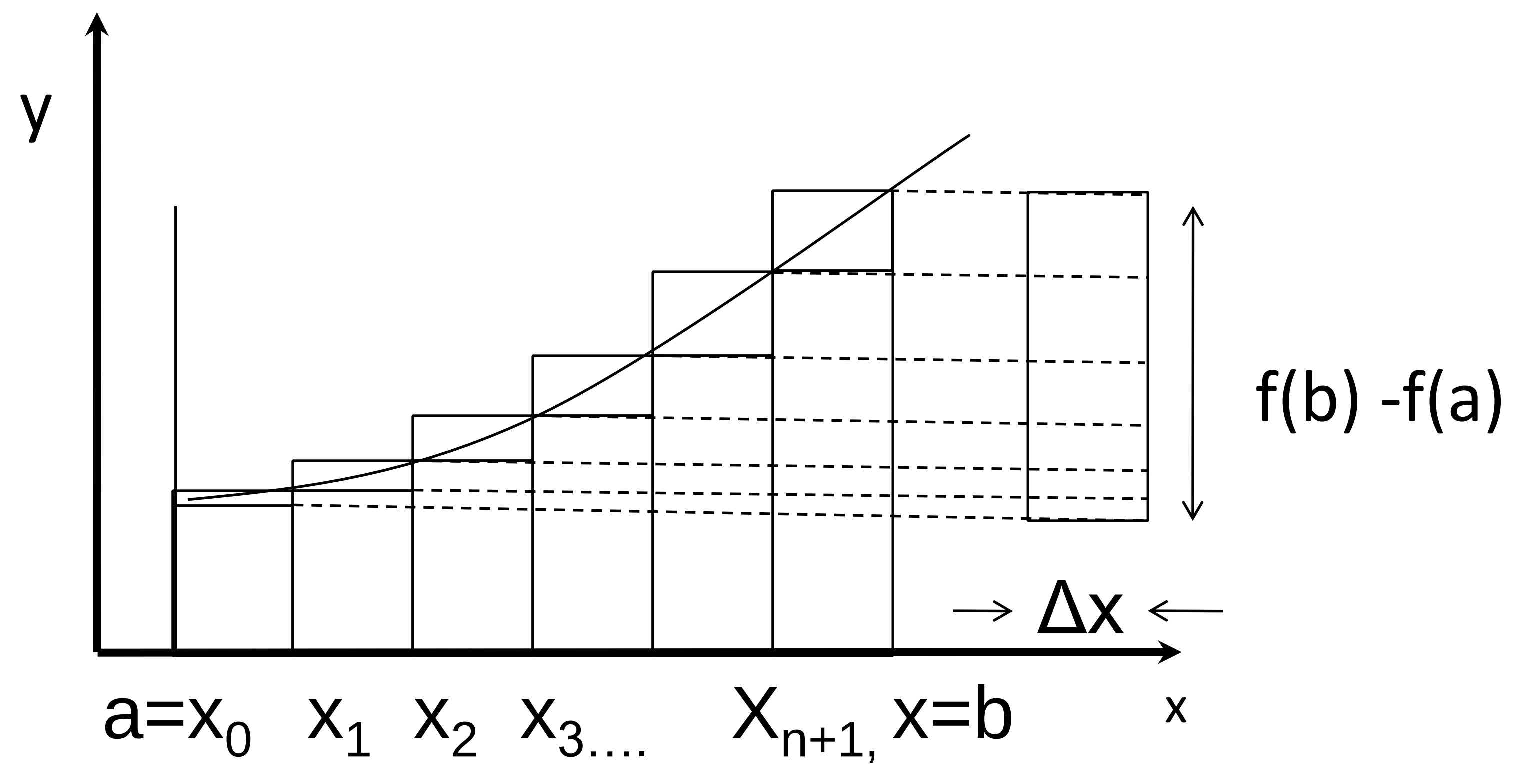

Fig. 5

Para aproximar el área A de R elegimos un punto fijo n y dividimos el intervalo cerrado [a , b], en n subíntralos $[x_0, x_1]$, $[x_1, x_2]$, … $[x_{n-1}, x_n]$,

Suma de áreas:

Todos con la misma longitud

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

En cada uno de estos subintervalos, levantamos un rectángulo inscrito y un rectángulo circunscrito como se indica en la figura 6

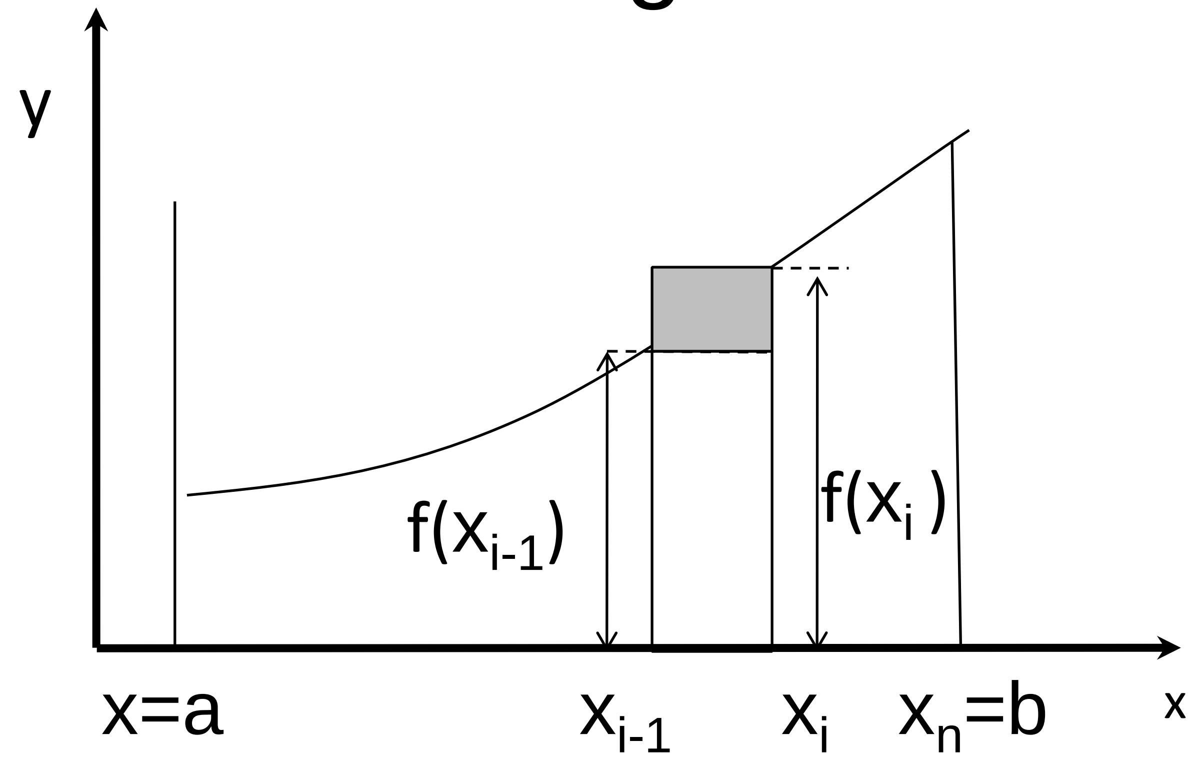

Fig. 6

Suma de áreas:

las áreas de estos rectángulos son:

Inscrito $f(x_{i-1})\,\Delta x$ y

Circunscrito $f(x_i)\,\Delta x$

Al sumar las áreas de los rectángulos inscritos para i=1,2,3…..n, obtenemos la subestimación del área A.

$$\underline{A}_n = \sum_{i=1}^{n} f(xi-1)\Delta x$$

De los rectángulos circunscritos es la sobrestimación

$$\overline{A}_n = \sum_{i=1}^{n} f(xi)\Delta x$$

La desigualdad

$$\underline{A}_n \leq A \leq \bar{A}_n$$

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})\Delta x \leq A \leq \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Los pequeños rectángulos de la fig.5(que representan la diferencia entre $\underline{A}_n$ y $\bar{A}_n$) se puede ordenar en una pila como en la figura 5.

Implica que $|\bar{A}_n - \underline{A}_n| = |f(b) - f(a)|\Delta x$

Para $\Delta x = \frac{b-a}{n-} \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$

Esto implica que el área de la región R esta dada por

$$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})\Delta x = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Observando también que

$x_i = a + i\,\Delta x$

Para x_i esta a i “pasos” de la longitud Δx a la derecha de x_0 = a.

BIBLIOGRAFIA

C.H. EDVARDS, Jr,
DAVID E. PENNEY
CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
CUARTA EDICION,PEARSON EDUCACION