

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

ESCUELA SUPERIOR DE HUEJUTLA

BACHILLERATO GENERAL

**RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS
OBLICUÁNGULOS**

MTRA. ROXANA SIFUENTES CARRILLO

ENERO-JUNIO-2018

OBLICUANGLE TRIANGLES

Abstract

An oblique triangle is one that is not straight any of its angles, if it has its three acute angles it is called an acute angle oblique triangle, but if it has an obtuse angle it is called an obtuse angle. So it can not be solved directly by the Pythagorean theorem, the oblique-angle triangle is solved by the laws of sines and cosines, as well as the sum of all the internal angles of a triangle total 180 degrees.

Key words: oblique triangle, angles, obtuse triangle..

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Un triángulo oblicuángulo es aquel que no es recto ninguno de sus ángulos, si tiene sus tres ángulos agudos se denomina triángulo oblicuángulo acutángulo, pero si tiene un ángulo obtuso se llama obtusángulo. Por lo que no se puede resolver directamente por el teorema de Pitágoras, el triángulo oblicuángulo se resuelve por las leyes de senos y de cosenos, así como el que la suma de todos los ángulos internos de un triángulo suman 180 grados.

Palabras clave: triángulo oblicuo, triángulo obtuso, ángulos.

INTRODUCCIÓN

En Geometría, un triángulo es la reunión de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y no colineales. Cada punto dado pertenece a dos segmentos exactamente. Los puntos comunes a cada par de segmentos se denominan vértices del triángulo y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo. Un triángulo es una figura estrictamente convexa. Un triángulo tiene 3 ángulos interiores y 3 ángulos exteriores, 3 lados y 3 vértices entre otros elementos.

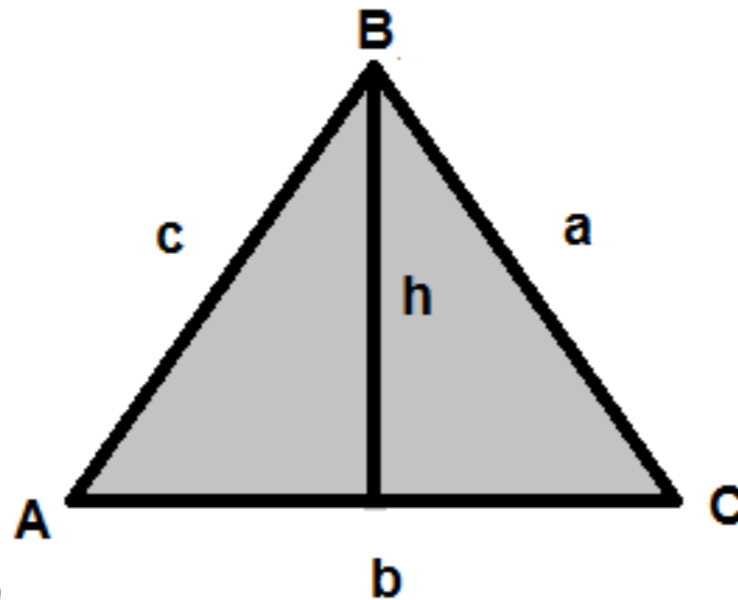
TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Para resolver este tipo de triángulos se utilizan la ley de senos o la ley de cosenos, y existen 4 casos:

1. Se conoce un lado y los ángulos adyacentes
2. Dados dos ángulos y el ángulo comprendido
3. Dados sus tres lados
4. Dados dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

LEY DE SENOS

En un triángulo oblicuángulo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.



$$\text{sen } A = \frac{h}{c} \quad \text{donde } h = c \text{ Sen } A$$

$$\text{sen } C = \frac{h}{a} \quad \text{donde } h = a \text{ Sen } C$$

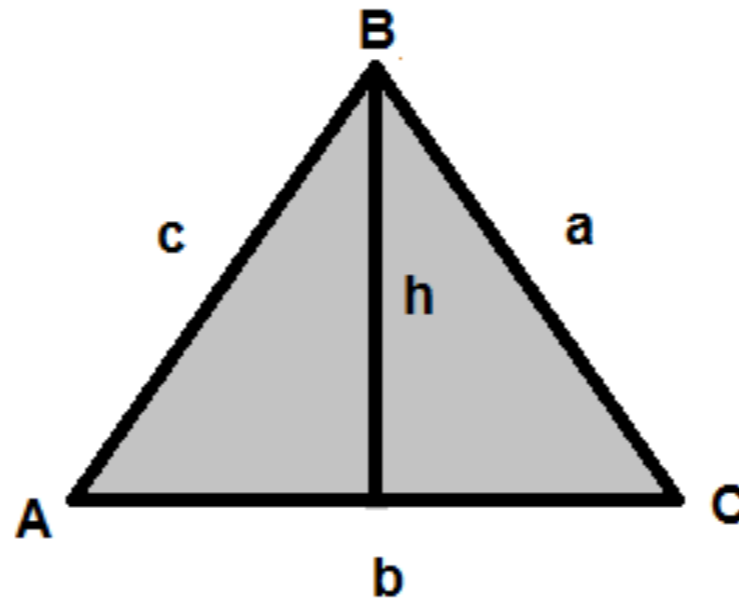
$$\text{como } c \text{ sen } A = a \text{ Sen } C \quad \text{entonces}$$

$$\frac{c}{\text{sen } C} = \frac{a}{\text{sen } A}$$

LEY DE SENOS

En todo triángulo oblicuángulo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos, es decir.

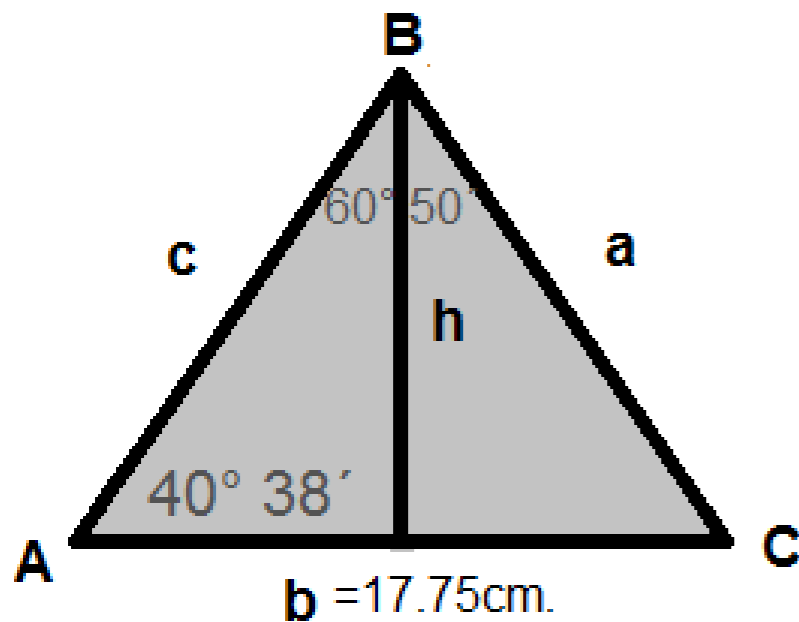
$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$



LEY DE SENOS

Ejemplo 1:

Resolver el triángulo oblicuángulo si el ángulo A mide $40^{\circ} 38'$, el ángulo B $60^{\circ} 50'$ y el lado $b = 17.75$ cm.



$$C = 180^{\circ} - A - B$$

$$C = 180^{\circ} - 40.63^{\circ} - 60.83^{\circ}$$

$$C = 78.54^{\circ}$$

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$\frac{a}{\text{sen } 40.63^{\circ}} = \frac{17.75}{\text{sen } 60.83^{\circ}}$$

$$A = 40.63^{\circ}$$

$$a = 13.26 \text{ cm.}$$

$$B = 60.83^{\circ}$$

$$b = 17.75 \text{ cm.}$$

$$C = 78.54^{\circ}$$

$$c = 19.99 \text{ cm.}$$

$$a = \frac{17.75 (0.65)}{0.87}$$

$$a = 13.26 \text{ cm.}$$

$$\frac{c}{\text{sen } C} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$\frac{c}{\text{sen } 78.54^{\circ}} = \frac{17.75}{\text{sen } 60.83^{\circ}}$$

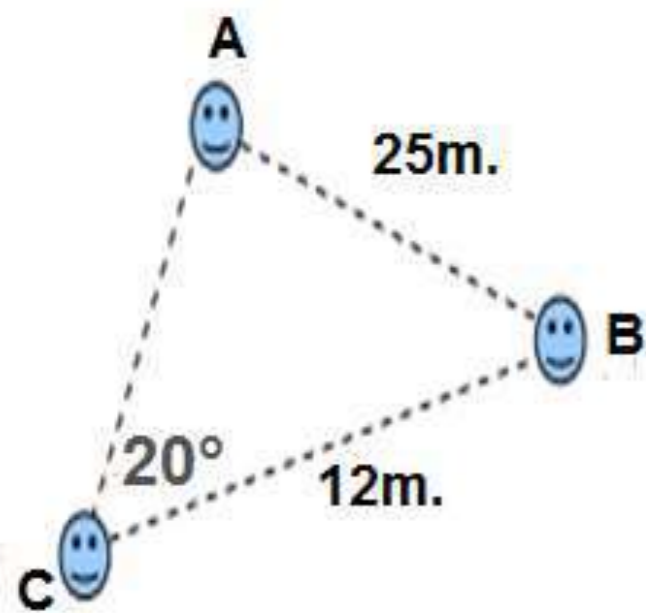
$$c = \frac{17.75 (0.98)}{0.87}$$

$$c = 19.99 \text{ cm.}$$

LEY DE SENOS

Ejemplo 2:

Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berto hay 25 metros, y entre Berto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20° . Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.



$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{12}{\text{sen } A} = \frac{25}{\text{sen } 20^\circ}$$

$$\text{Sen } A = \frac{12 (0.34)}{25}$$

$$A = \text{sen}^{-1}(0.16)$$

$$A = 9.20^\circ$$

$$B = 180^\circ - A - C$$

$$C = 180^\circ - 9.20^\circ - 20^\circ$$

$$C = 150.8^\circ$$

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$\frac{12}{\text{sen } 9.20^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 150.8^\circ}$$

$$b = \frac{12(0.48)}{0.15}$$

$$b = 38.4m.$$

$$A = 9.20^\circ \quad a = 12m.$$

$$B = 150.8^\circ \quad b = \text{cm.}$$

$$C = 20^\circ \quad c = 25m.$$

La distancia entre Alberto y Camilo es de 38.4m.

LEY DE COSEENOS

En un triángulo oblicuángulo (obtusángulo y acutángulo), el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman.

Es también conocida como una generalización del Teorema de Pitágoras.

Para utilizar la ley de cosenos en la resolución de problemas, es necesario entender que la podemos aplicar cuando tengamos los siguientes dos casos :

- Tener todos los lados y no tener un ángulo en común.
- Tener dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

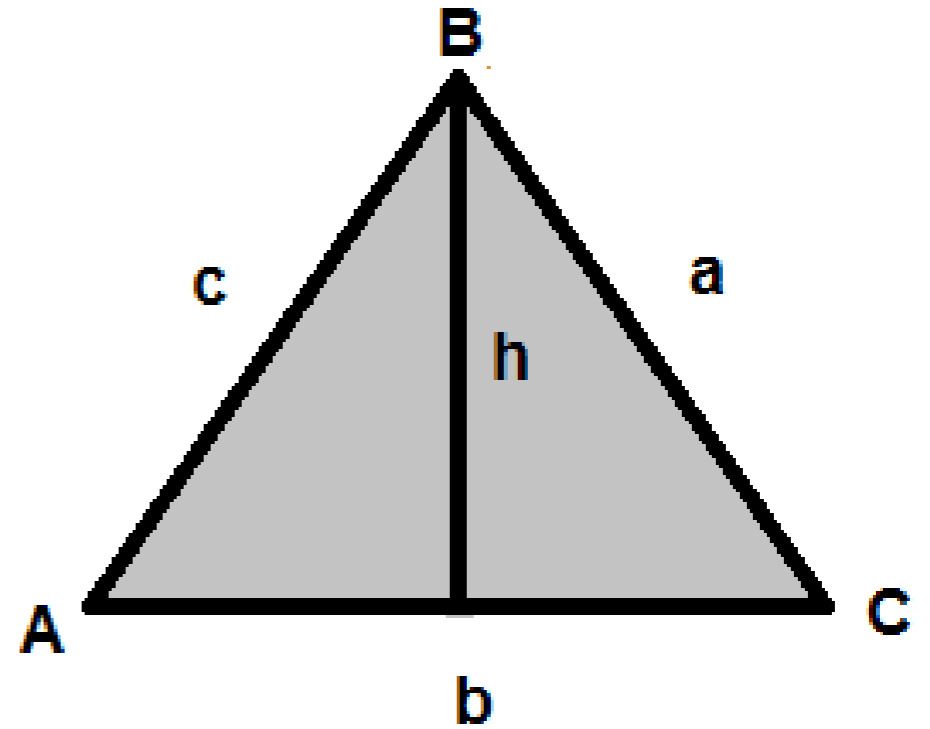
LEY DE COSEENOS

Las fórmulas serán las siguientes:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

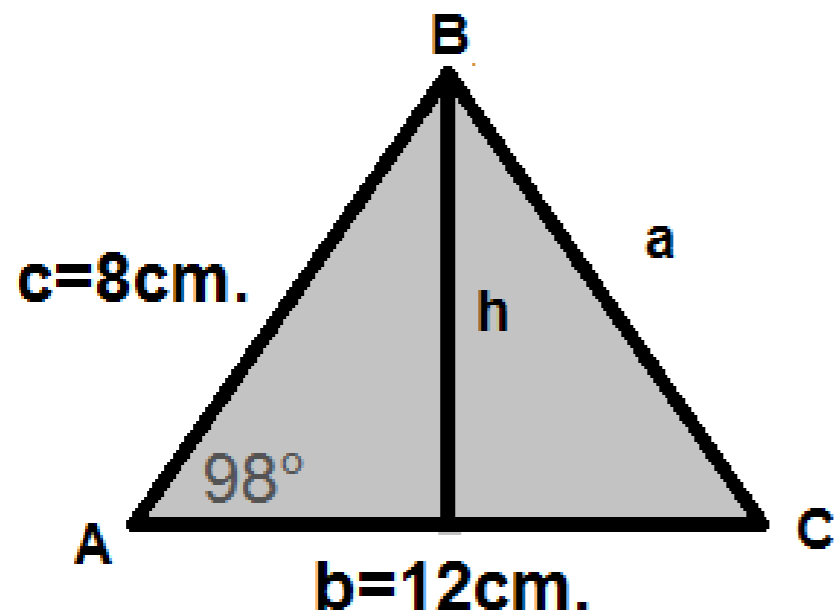


NOTA: Para encontrar un lado, basta con elevar al cuadrado las variables de los otros dos lados, menos el producto de ambas variables, por el coseno del ángulo que es opuesto al lado que queremos encontrar.

LEY DE COSEENOS

Ejemplo 1:

Dos lados de un triángulo miden 8 y 12, y el ángulo que forman es de 98° . Determine la longitud del tercer lado y los ángulos faltantes.



$$A = 98^\circ \quad a = 15.32\text{cm.}$$

$$B = 50.86^\circ \quad b = 12\text{ cm.}$$

$$C = 31.14^\circ \quad c = 8\text{cm.}$$

$$C = 180^\circ - A - B$$

$$C = 180^\circ - 98^\circ - 50.86^\circ$$

$$C = 31.14^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 12^2 + 8^2 - 2(8)(12) \cos A$$

$$a^2 = 144 + 64 - 192 \cos 98^\circ$$

$$a = \sqrt{144 + 64 + 26.72}$$

$$a = 15.32\text{cm.}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$12^2 = 15.32^2 + 8^2 - 2(15.32)(8) \cos B$$

$$144 = 234.70 + 64 - 245.12 \cos B$$

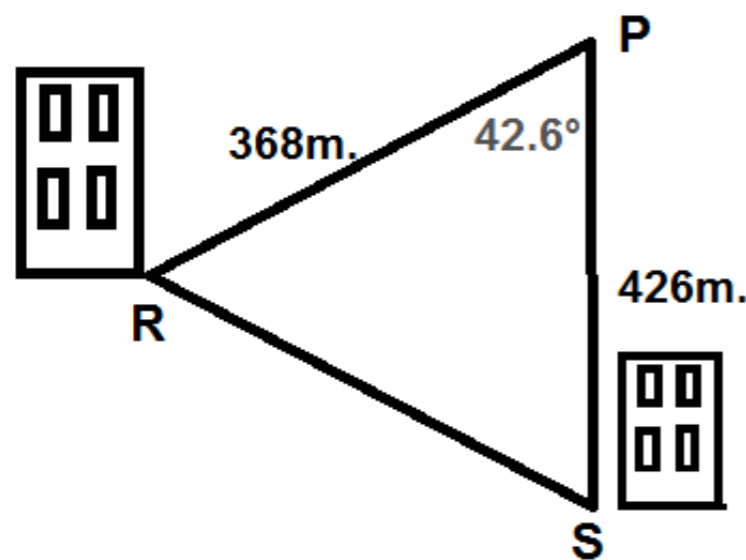
$$B = \cos^{-1} \frac{144 - 234.70 - 64}{-245.12}$$

$$B = 50.86^\circ$$

LEY DE COSEENOS

Ejemplo 2:

Dos caminos rectos se cortan en un Punto P y ahí forman un ángulo de 42.6° . En un Punto R sobre un camino está un edificio a 368 metros de P y en un Punto S, en el otro camino está un edificio a 426 metros de P. Determine la distancia directa de R a S.



$$\begin{aligned} P &= 42.6^\circ & p &= 293.44\text{m.} \\ r &= 426\text{ m.} \\ s &= 368\text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^2 &= r^2 + s^2 - 2rs \cos P \\ p^2 &= 368^2 + 426^2 - 2(368)(426) \cos 42.6^\circ \\ p^2 &= 135424 + 181476 - 230792.93 \\ p &= \sqrt{86107.07} \\ a &= 293.44\text{m.} \end{aligned}$$

BIBLIOGRAFIA

MARTÍNEZ JUÁREZ, Sotero. *Geometría y Trigonometría*.
Editorial: Bookmart. Primera Edición: Mayo 2012

.

REFERENCIAS

Imágenes de elaboración propia.

.