



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN

TEMA

Área Académica: Ingeniería Mecánica

Profesor(a): M. en C. Yira Muñoz Sánchez

Periodo: Enero – Junio 2013

TEMA

Resumen

En este material se presentan conceptos y ejemplos de temas como: Límites y Razones de Cambio. Siendo estos indispensables en la materia de cálculo diferencial e integral.

Abstract

This material presents concepts and examples about topics as limits and rates of change. These are necessary in differential and integral calculus.

Keywords: Limits, calculus, rates of change.



Límites

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN



Límites

Cuando los valores sucesivos que toma una variable x se aproximan a un número a , se dice que x tiende a a o que el **límite de x** , es a , lo cual se denota de la siguiente manera.

$x \rightarrow a$ se lee “ x tiende a a ”

$\lim x = a$ se lee “Es límite de x es a ”



Límites

Consideremos que x tome los siguientes valores:

$$X_1 = 1.9$$

$$X_2 = 1.99$$

$$X_3 = 1.999$$

$$X_4 = 1.9999$$

$$X_5 = 1.99999$$

⋮ ⋮

$$X \rightarrow 1 \quad \text{ó} \quad \text{Lim } x = 1$$

Lo mismo ocurre con las funciones.



Límite de una Función

Sea f una función definida en todo número de algún intervalo abierto I que contenga a a , excepto posiblemente en el mismo número a mismo.

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es L , y se escribe:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$



Teoremas de Límites

Los teoremas de límites, permiten encontrar el límite de una función en forma directa.

Las demostraciones de los teoremas están basadas en la definición de límite, y son:

$$\lim_{(x \rightarrow a)} C = C$$

$$\lim_{(x \rightarrow a)} x = a$$



Teoremas de Límites

$$\lim_{(x \rightarrow a)} C f(x) = C \lim_{(x \rightarrow a)} f(x)$$

$$\lim_{(x \rightarrow a)} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{(x \rightarrow a)} f(x) \pm \lim_{(x \rightarrow a)} g(x)$$

$$\lim_{(x \rightarrow a)} f(x) * g(x) = \lim_{(x \rightarrow a)} f(x) * \lim_{(x \rightarrow a)} g(x)$$

$$\lim_{(x \rightarrow a)} f(x)/g(x) = \lim_{(x \rightarrow a)} f(x) / \lim_{(x \rightarrow a)} g(x) ;$$

para $\lim_{(x \rightarrow a)} g(x) \neq 0$



Teoremas de Límites

$$\lim_{(x \rightarrow a)} [f(x)]^n = [\lim_{(x \rightarrow a)} f(x)]^n, \text{ para } n = 1, 2, 3 \dots$$

$$\lim_{(x \rightarrow a)} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{(x \rightarrow a)} f(x)} ;$$

si n es par; $\lim_{(x \rightarrow a)} f(x) \geq 0$



Razones de Cambio

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN



Razón de Cambio Promedio

La razón de cambio promedio está determinada por la función:

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

El resultado será una medición del cambio que experimenta la función $f(x)$ de acuerdo al cambio de “delta x”.



Ejemplo 1

A las 15:00 hrs. hay 3200 partículas de plomo en un aceite para el motor de una fresadora, y a las 18:00 hrs. hay 6400. ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la cantidad de partículas respecto al tiempo?

$$x = 15 \qquad f(x) = \frac{6400 - 3200}{18 - 15} = 1,066.66$$
$$\Delta x = 18$$

Por cada hora que pasa, aumenta 1,066.66 partículas.



Ejemplo 2

Cuando la longitud de una banda elástica es 1 cm., produce una fuerza de 4 newtons, si su longitud es de 3 cm., produce una fuerza de 9 newtons. ¿Cuál es la razón de cambio de la fuerza con respecto a la longitud de la banda?

$$x = 1 \qquad f(x) = \frac{9 - 4}{3 - 1} = 2.5$$
$$\Delta x = 3$$

Por cada cm que se estira la banda, produce una fuerza de 2.5 newtons.



Referencias

LARSON E. R., HOSTETLER R.P., EDWARDS B. H.,
Cálculo y Geometría Analítica, Sexta Edición, Volumen 1, Mc
Graw Hill.

STEWART J. , Introducción al Cálculo, Thomson

STEWART J. , Calculus. Early Trascendentals, Sixth
Edition, Thomson

