



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN

PRIMERAS APLICACIONES DEL ÁLGEBRA LINEAL.

Área Académica: Licenciatura en Ingeniería Industrial

Profesor(a): Dra. C. Esmeralda Ivonne Espinoza Martínez

Periodo: Enero – Junio 2018

Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Resumen:

Los sistemas lineales se pueden encontrar en los primeros escritos de muchas civilizaciones de la antigüedad, aplicados para resolver problemas prácticos (medición de terrenos, distribución de bienes, registro de recursos, cálculo de impuestos y herencias, etc.). A continuación se presentan ejemplos de cuatro culturas antiguas que ilustran cómo usaban y resolvían sistemas de ecuaciones lineales. Estos ejemplos anteriores al año 500 d. de C. preceden el desarrollo del campo del álgebra, lo que, en el siglo XIX, llevaría a la rama de matemáticas hoy conocida como álgebra lineal.



First applications of linear algebra.

Abstract: Linear systems can be found in the early writings of many civilizations of antiquity, applied to solve practical problems (measurement of land, distribution of assets, registration of resources, calculation of taxes and inheritance, etc.). Below are examples of four ancient cultures that illustrate how they used and solved systems of linear equations. These examples prior to the year 500 d. of C. precede the development of the field of algebra, which, in the nineteenth century, would lead to the branch of mathematics today known as linear algebra.

Keywords: ancient civilizations, linear systems, linear algebra.



Objetivos

- Dar a conocer al estudiante algunos antecedentes importantes del álgebra a través del estudio breve de cuatro civilizaciones antiguas.
- Identificar la importancia de la sintaxis algebraica y del algoritmo en la resolución de problemas, a través de el planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales, para enriquecer los métodos de solución.



Competencias genéricas a desarrollar en el estudiante

Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Ejemplo 1 (tomado de Álgebra Lineal.....)

EGIPTO (cerca de 1650 a. de C.) **PROBLEMA 40 DEL PAPIRO AHMES.**

Este Papiro de 5 metros de longitud contiene 84 problemas matemáticos cortos junto con sus soluciones. El problema 40 dice lo siguiente:

“Dividir 100 hekats de cebada entre cinco hombres en progresión aritmética de tal modo que la suma de las dos partes más pequeñas sea un séptimo de la suma de las tres más grandes”.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Sea a la cantidad menor que cualquiera de los hombres puede obtener, y sea d la diferencia común de los términos en la progresión aritmética. Entonces los cuatro hombres restantes reciben $a + d$, $a + 2d$, $a + 3d$ y $a + 4d$ hekats. Las dos condiciones del problema requieren que:

$$a + (a+d) + (a+2d) + (a +3d) + (a +4d) = 100$$
$$\frac{1}{7} [(a+2d)+(a+3d)+(a+4d)] = a + (a+d)$$

Estas ecuaciones se reducen al siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$5a + 10d = 100$$

$$11a - 2d = 0$$



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

La técnica de solución descrita en el Papiro Ahmes (o Rhind) se conoce como el método de la posición falsa o del supuesto falso. Esta técnica de conjeturar un valor de una cantidad desconocida y después ajustarla ha sido usada por muchas culturas a lo largo del tiempo.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Ejemplo 2 (tomado de Álgebra Lineal.....)

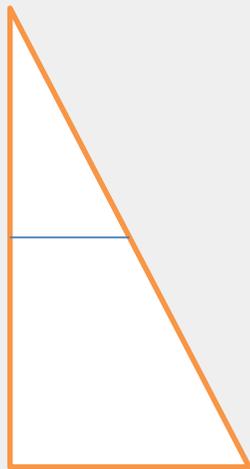
BABILONIA (1900- 1600 a. de C.) **PROBLEMA DE LA TABLA DE ARCILLA.**

“ Un trapecio con área de 320 unidades cuadradas se corta de un triángulo rectángulo mediante una recta paralela a uno de sus lados. El otro lado mide 50 unidades de longitud, y la altura del trapecio es de 20 unidades. ¿Cuánto miden de ancho la parte superior y la parte inferior del trapecio?”.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Sea “x” el ancho de la parte inferior del trapecio y “y” el ancho de la parte superior. El área del trapecio es su altura multiplicada por el promedio de su ancho, de modo que $20\left(\frac{x+y}{2}\right) = 320$. Al utilizar triángulos semejantes, se tiene también que $\frac{x}{50} = \frac{y}{30}$. La solución en la tableta usa estas relaciones para generar el sistema lineal:



rar el sistema lineal:

$$\frac{1}{2}(x + y) = 16$$

$$\frac{1}{2}(x - y) = 4$$

Sumando y restando estas dos ecuaciones se obtiene la solución $x = 20$ y $y = 12$.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Ejemplo 3 (tomado de Álgebra Lineal.....)

CHINA (263 d. de C.) **EL PRIMER PROBLEMA DEL OCTAVO CAPÍTULO.**

El tratado Chiu Chang Suan Shu, o *Los nueve capítulos del arte matemático* es una colección de 246 problemas y sus soluciones. El octavo de sus nueve capítulos, titulado “La manera de calcular arreglos”, contiene 18 problemas formulados en palabras que llevan a sistemas lineales con tres a seis incógnitas. El procedimiento de solución general descrito es casi idéntico a la técnica de eliminación gaussiana desarrollada en Europa en el siglo XIX por Carl Friedrich Gauss.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

El problema dice así:

“Hay tres clases de cereal, de las cuales tres bultos de la primera clase, dos de la segunda y uno de la tercera forman 39 medidas. Dos de la primera, tres de la segunda y uno de la tercera forman 34 medidas. Y uno de la primera, dos de la segunda y tres de la tercera forman 26 medidas. ¿Cuántas medidas de grano están contenidas en un bulto de cada clase?”.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Sean x , y y z las medidas de la primera, la segunda y la tercera clases de cereal. Entonces las condiciones del problema llevan al siguiente sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$3x + 2y + z = 39$$

$$2x + 3y + z = 34$$

$$x + 2y + 3z = 26$$

Este último arreglo es equivalente al sistema lineal $3x + 2y + z = 39$

$$5y + z = 24$$

$$36z = 99$$

Este sistema triangular se resolvía por un método equivalente a la retrosustitución para obtener $x = 37/4$, $y = 17/4$ y $z = 11/4$.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Ejemplo 4 (tomado de Álgebra Lineal.....)

INDIA (siglo IV d. de C.) **PROBLEMA DE COMPENSACIÓN.**

El manuscrito Bakhshali es una antigua obra indio /hindú que esta conformado de aproximadamente 70 hojas de corteza de abedul. En el fragmento III -5 -3v se muestra el siguiente problema:

“Un mercader tiene siete caballos asava, un segundo mercader tiene nueve caballos haya y un tercer mercader tiene diez camellos. Su fortuna en cuanto al valor de sus animales es equivalente si cada uno de ellos cede dos animales, uno a cada uno de los otros. Encontrar el precio de cada animal y el valor total de los animales que posee cada mercader”.



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

Sea x el precio de un caballo *asava*, sea y el precio de un caballo *haya*, sea z el precio de un *camello* y sea K el valor total de los animales que posee cada mercader. Entonces se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$5x + y + z = k$$

$$x + 7y + z = K$$

$$x + y + 8z = K$$



Primeras aplicaciones del álgebra lineal.

El método de solución descrito en el manuscrito empieza restando la cantidad $(x + y + z)$ en ambos miembros de las tres ecuaciones. Después establece que si los precios x , y y z deben ser enteros, entonces la cantidad $K - (x + y + z)$ tiene que ser un entero divisible entre 4, 6 y 7. El manuscrito toma el producto de estos tres números, o 168, para el valor $K - (x + y + z)$, el cual da como resultado $x = 42$, $y = 28$ y $z = 24$ para los precios y $K = 262$ para el valor total.



Conclusiones.

Podemos apreciar en estos ejemplos una evolución importante sobre la sintaxis algebraica para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y cómo las distintas civilizaciones antiguas otorgaban significado (semántica) a los problemas de su entorno. Resulta importante e interesante, enriquecer al estudiante con los antecedentes del tema y lograr ampliar su conocimiento, así como la visión general del mismo.



Bibliografía.

- León, S.J. (2000). *Álgebra lineal con aplicaciones*, 3^a ed, México. Continental.

