|  |  |
| --- | --- |
|  | **Aritmética** |
|  | [Resultado de imagen para uaeh](https://www.google.com.mx/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiz_ZrbrJXQAhUm7IMKHczUBYgQjRwIBw&url=http://sistemas.uaeh.edu.mx/dec/seec/index.php&psig=AFQjCNHTsL52XSzkO52FD0-gf-Le4szWGw&ust=1478563576415439) |

|  |
| --- |
| **universidad autónoma del estado de hidalgo** |

ESCUELA PREPARATORIA NÚMERO 4

ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

JULIO – DICIEMBRE 2017

PRIMER SEMESTRE

NOMBRE DEL ALUMNO: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

No. De Cta: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Asesor:

Programa Aritmética

Curso de inducción: aritmética

1. Introducción
2. Clasificación y propiedades de los números
3. Teoría de números
   1. Mínimo común múltiplo
   2. Máximo común divisor
4. Números racionales
   1. Conversión
   2. Suma y resta
   3. Multiplicación
   4. División
5. Potenciación
6. Radicación

Objetivo del programa

Identificar los elementos básicos de la aritmética, así como sus operaciones, las cuales se aplican en situaciones de la vida cotidiana y servirán como fundamento para comprender la asignatura de algebra, así como las materias subsecuentes y las áreas que se apoyan de las matemáticas, como son física, química, informática, entre otras.

Competencias genéricas

**Se expresa y comunica**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

**Piensa crítica y reflexivamente**

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

Competencias disciplinares básicas

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

9. Usa las TIC’s para explorar ideas matemáticas, para la comprensión conceptual, la construcción de conjeturas, la comunicación de ideas, la resolución de problemas y la construcción de modelos.

Elaborado por:

Q.A. y L.M. Juan Carlos Soto Romero

Con la colaboración de:

M.T.E. María Guadalupe Castillo Arteaga

Mtra. Nora Juana López Vargas

Validado en la sesión ordinaria de la academia de matemáticas del 22 de junio del 2017

Inducción: aritmética

Desde tiempos remotos, el ser humano se vio en la necesidad de cuantificar sus cosas, como sus pertenencias y sus alimentos, más adelante, conforme sus necesidades incrementaban, se creó el **lenguaje de las matemáticas**, el cuál ayudo a la construcción y al comercio, entre muchas otras actividades relevantes para la vida diaria.

Las matemáticas son el estudio de las propiedades y relaciones entre entidades abstractas, como número, figuras geométricas o símbolos.

Las matemáticas son un conjunto de lenguajes formales que se utilizan para platear problemas de manera no ambigua, que tienen aplicación en muchos campos disciplinares, como la física, química, la economía, la medicina, la ingeniería e incluso la música, por mencionar algunas.

De acuerdo con la clasificación de la UNESCO, clasifica el conocimiento de las matemáticas, en tres partes, donde las divisiones mayores se les denomina “campos”, los cuales tienen varias disciplinas y estas a su vez incluyen algunas subdisciplinas.

Las áreas de las matemáticas que conocerás en el trascurso del bachillerato son las siguientes:

* **Algebra**: rama de las matemáticas que trata a las cantidades de manera general.
* **Geometría**: rama de las matemáticas que estudia las propiedades, las formas y las dimensiones de figuras y cuerpos geométricos.
* **Trigonometría**: rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de cualquier triángulo.
* **Geometría analítica**: es un método que reduce un problema de geometría en un problema de algebra, al establecer una correspondencia entre una curva y una ecuación especifica.
* **Cálculo**: es la rama de las matemáticas que se encarga del estudio del cambio de variables, para su estudio se clasifica como calculo diferencial y calculo integral.
* **Estadística**: disciplina matemática considerada como un conjunto de técnicas para el análisis de datos, para su estudio se clasifica como estadística descriptiva y estadística inferencial.

En este apartado realizaremos un breve repaso de los elementos básicos de la aritmética y que se necesitaran para el desarrollo de cada una de las asignaturas de matemáticas, así como en las asignaturas de física, química e informática.

Propiedades y clasificación de los números

Conforme se incrementaban las necesidades del hombre, se fue construyendo el sistema de numeración, en el cuál se fueron añadiendo elementos que actualmente permiten clasificar a los números según sus características.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Números reales | Números naturales | 1, 2, 3, 4, … | Se construyeron en base al principio de adición |
| Números enteros | -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 | Surgen por la necesidad de aquellas situaciones donde se necesitaba descontar. Es aquí donde se integran los números negativos y el elemento neutro. |
| Números racionales |  | Son aquellos que se pueden expresar como el cociente de 2 números enteros, con el divisor distinto de cero. |
| Números irracionales |  | Son aquellos que no se pueden expresar como el cociente de 2 números enteros. |

Con todos los números se pueden hacer operaciones que facilitan diversos procesos, desde cosas muy simples como contar, medir y hasta procesos más complejos como construir un edificio o realizar la programación de la señal del teléfono celular. Estas operaciones se rigen por algunas propiedades que son:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Propiedad | Suma | Multiplicación |
| Conmutativa |  |  |
| Asociativa |  |  |
| Elemento neutro |  |  |
| Inverso |  |  |
| Distributiva |  | |

Es conveniente señalar que lo importante de estas propiedades no es aprenderlas de memoria, sino utilizarlas cuando sea necesario, por ejemplo para abreviar algunos cálculos o para despejar ecuaciones y que sepa también qué tipo de operaciones no se pueden hacer**. Estudiemos cada una de ellas:**

Propiedades de la suma La suma de números reales, también llamada adición, es una operación que se efectúa entre dos números, pero se pueden considerar también más de dos sumandos. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden sumar entre sí. La suma tiene las siguientes propiedades:

**Conmutativa**. La expresión usual de esta propiedad es: "el orden de los sumandos no altera la suma". Si a y b son dos números reales, la conmutatividad se puede expresar así:

**a + b = b + a**

Ejemplos:

8 + 4 = 12 y también 4 + 8 = 12

3.25 + 1.04 = 4.29, y también 1.04 + 3.25 = 4.29

15.87 + (–2.35) = 13.52, y también –2.35 + 15.87 = 13.52

**Asociativa.** Si se tienen más de dos sumandos, da igual cuál de las sumas se efectúe primero. Si a, b y c son tres números reales, la asociatividad dice que:

**a + (b + c) = (a + b) + c**

Ejemplos:

* + 1. 3 + (5 + 6) = 3 + 11 = 14 y también (3 + 5) + 6 = 8 + 6 = 14
    2. 0.021 + (0.014 + 0.033) = 0.021 + 0.047 = 0.068, y también

(0.021 + 0.014) + 0.033 = 0.035 + 0.033 = 0.068

* + 1. –186.3 + (–223.6 + 202.1) = –186.3 + (–21.5) = – 207.8, y también

[–186.3 + (–223.6)] + 202.1 = – 409.9 + 202.1 = – 207.8

* + 1. , y también

Las propiedades de la conmutatividad y la asociatividad son utilizadas cuando en una suma "acomodamos" los sumandos para facilitar el proceso. Por ejemplo, cuando compramos pan de dulce en una panadería, la dependienta va sumando los precios de las distintas piezas de tal modo que los resultados intermedios sean "cómodos". Digamos que las piezas que tenemos en la charola cuestan $1.50, $0.70, $0.80, $1.30, $0.50 y $1.20

Una manera en que se puede efectuar la suma mentalmente es esta:

1.50 + 0.70 + 0.80 + 1.30 + 0.50 + 1.20

2 + 2 + 2 = 6

**Elemento neutro**. El número real 0 sumado a cualquier número lo deja sin cambiar: si a es un número real, entonces

**a + 0 = a**

Ejemplos:

8763.218 + 0 = 8763.218

0 + (–56.41) = –56.51

**Elemento inverso**. Todo número real tiene un inverso aditivo, lo que quiere decir que si se suman el número y su inverso, el resultado es 0: si a es un número real, entonces

Ejemplos:

El inverso aditivo de 87.36 es –87.36, porque 87.36 + (–87.36) = 0

El inverso aditivo de –4.13 es 4.13, porque –4.13 + 4.13 = 0

El inverso aditivo de

**Propiedades de la multiplicación**

La multiplicación de números reales es una operación que se efectúa entre dos números, pero se pueden considerar también más de dos factores. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden multiplicar entre sí. Al efectuar multiplicaciones hay que tener cuidado con los signos:

El producto de dos números de igual signo siempre es positivo;

El producto de dos números de distinto signo siempre es negativo.

La multiplicación tiene las siguientes propiedades:

**Conmutativa**. La expresión usual de esta propiedad es: "el orden de los factores no altera el producto". Si ***a*** *y* ***b*** son dos números reales, la conmutatividad se puede expresar así:

**a x b = b x a**

Ejemplos:

7 x 5 = 35 y también 5 x 7 = 35

3.25 x 1.04 = 3.38, y también 1.04 x 3.25 = 3.38

15.87 x (–2.35) = –37.2945, y también –2.35 x 15.87 = –37.2945

**Propiedad asociativa:** Si se tienen más de dos factores, da igual cuál de las multiplicaciones se efectúe primero. Si a, b y c son tres números reales, la asociatividad dice que:

**a x (b x c) = (a x b) x c**

Ejemplos:

5 x (2 x 4) = 5 x 8 = 40 y también (5 x 2) x 4 = 10 x 4 = 40

0.021 x (0.014 x 0.033) = 0.021 x 0.00462 = 0.000009702, y también

(0.021 x 0.014) x 0.033 = 0.000294 x 0.033 = 0.000009702

–186.3 x (–223.6 x 202.1) = –186.3 x (–45189.56) = 8418815.028, y también

[–186.3 x (–223.6)] x 202.1 = 41656.68 x 202.1 = 8418815.028

y también

**Elemento neutro.** El número real 1 multiplicado a cualquier número lo deja sin cambiar: si a es un número real, entonces:

***a x 1 = a***

Ejemplos:

8763.218 x 1 = 8763.218

1 x (–56.41) = –56.51

**Elemento inverso**. Todo número real distinto de cero tiene un inverso multiplicativo, lo que quiere decir que si se multiplican el número y su inverso, el resultado es 1: si ***a*** es un número real distinto de cero, entonces

Ejemplos:

El inverso multiplicativo de 87.36 es , porque 87.36 x

El inverso multiplicativo de –4.13 es , porque –4.13 x

El inverso multiplicativo de es 9, porque 9= 1

**Propiedad distributiva con respecto a la adición:**

Esta propiedad nos dice que, si multiplicamos un número por una suma, obtendremos el mismo resultado que al multiplicar cada sumando por el factor y luego sumar los productos.

Ejemplo:

**Ejercicios propuestos:**

Aplica la ley conmutativa en:

1. 15+20+3
2. 8+2
3. 9+1
4. 5+4+3+2
5. 9+7+5+8

Aplica la ley asociativa en:

1. 15+20+3
2. 6+8+2
3. 9+7+1+4
4. 5+4+3+2
5. 9+7+5+8

Aplica la ley distributiva en:

1. 5(7 + 3 )
2. (3 + 2)(7 + 5)
3. (5 + 3)6
4. 9(8 + 7)

Teoría de números

Máximo común divisor (MCD)

Es el mayor de los divisores en común de 2 o más números.

Para calcular el MCD de varios números, se descomponen simultáneamente en sus factores primos, hasta que ya no tengan un divisor primo en común. Cuando los números sólo tienen a la unidad como común divisor, los números reciben el nombre de “primos relativos”.

Ejemplo:

Encontrar el máximo común divisor de 234, 390 y 246

Solución:

Descomponiendo simultáneamente en factores primos se encuentra en común al 2, 3 y 13, el MCD será el producto de estos números que es 78.

Ejercicio

Encuentra el MCD de los siguientes números:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 48, 36 y 60 | 270 y 900 | 80, 675 y 900 |
| 72 y 180 | 60, 72 y 150 | 216, 300 y 720 |
| 108 y 72 | 27, 25 y 28 | 126, 210 y 392 |

Mínimo común múltiplo (mcm)

El mcm es el menor de todos los múltiplos comunes de 2 o más números.

Para obtenerlo se descompone simultáneamente en factores primos hasta que los cocientes sean 1, si alguno de los números no es divisible entre el factor dado, se baja y se continua hasta encontrar el factor primo que lo divida.

Ejemplo:

Determinar el mcm de 28 y 42

Ejercicio

Determina el mcm de los siguientes números.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 28, 30 y 150 | 28, 35 y 63 | 45, 54 y 60 |
| 36, 48 y 60 | 20, 30 y 50 | 18 y 45 |
| 108 y 72 | 36, 20 y 90 | 27 y 16 |

Ejercicios de aplicación

1. En una reunión de academia del área de matemáticas se repartieron 18 bocadillos, 24 vasos con refresco y 12 rebanadas de pastel. ¿Cuántos profesores asistieron a la reunión y qué cantidad de bocadillos, vasos con refresco y rebanadas de pastel recibió cada uno?

1. Tres escuelas deciden hacer una colecta de dinero entre sus alumnos para donar a varias instituciones de beneficencia. Si la primera junta 120 mil, la segunda 280 mil y la tercera 360 mil pesos, ¿Cuál es la mayor cantidad que recibirá cada institución de tal manera que sea la misma y cuántas instituciones podrán ser beneficiadas?
2. Tres cajas contienen, cada una, 12 kg de carne de res, 18 de carne de cerdo y 24 de carne de pollo. La carne de cada caja está contenida en bolsas del mismo tamaño y con la máxima cantidad de carne posible, ¿Cuánto pesa cada bolsa y cuantas hay por caja?

1. Un médico receta a un paciente tomar una pastilla cada 6 horas y un jarabe cada 8 horas. Si al iniciar el tratamiento toma la pastilla y el jarabe a la misma hora. ¿después de cuantas horas volverá a tomar ambos medicamentos al mismo tiempo?
2. Daniel y Omar tienen 60 canicas azules, 45 verdes y 90 amarillas; quieren hacer costalitos iguales con el número mayor de canicas sin que sobren. ¿Cuántos costalitos pueden hacer y cuantas canicas tendrá cada uno?

Ejercicios en casa.

1. Una persona viaja a la ciudad de México cada 12 días, otra lo hace cada 20 días y una tercera cada 6 días. Si hoy han coincidido en estar las 3 en la ciudad. ¿dentro de cuantos días como mínimo, volverán a coincidir?
2. Al hacer el corte del día en un restaurante, el administrador hace 3 rollos de billetes de la misma denominación, en el primero hay $1350, en el segundo $1700 y en el tercero $3550. ¿Cuántos billetes hay en cada rollo y de que denominación son?
3. Una llave vierte 4 litros de agua por minuto, otra 3 y una tercera 8. ¿Cuál es la cantidad menor de litros que puede tener un pozo para que se llene en un número exacto de minutos por cualquiera de las tres llaves?

Números racionales

Un número racional es aquel que se puede expresar como el cociente de 2 número enteros, con la condición de que el denominador debe ser diferente de cero.

Los números racionales se pueden clasificar como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Fracciones propias | Fracciones impropias | Fracciones mixtas |
|  |  |  |

Conversiones

Una fracción impropia se puede convertir a una fracción mixta y viceversa, con el siguiente procedimiento:

Convertir a fracción mixta

Convertir a fracción mixta

Convertir a fracción impropia

Convertir a fracción impropia

Ejercicio. Completa la siguiente tabla

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Fracción propia | Fracción mixta | Fracción propia | Fracción mixta | Fracción propia | Fracción mixta |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Ejercicio en casa

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Fracción propia | Fracción mixta | Fracción propia | Fracción mixta | Fracción propia | Fracción mixta |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Operaciones con fracciones: suma y resta

Para sumar o restar fracciones es conveniente identificar si estas tienen el mismo denominador o es diferente.

Para sumar o restar fracciones se sigue la siguiente regla:

Ejemplos

|  |  |
| --- | --- |
| Efectuar la operación | Efectuar la operación |
| Efectuar la operación | Efectuar la operación |
| Efectuar la operación | Efectuar la operación |
| Efectuar la operación | Efectuar la operación |
| Efectuar la operación | Efectuar la operación |

Ejercicio. Resuelve correctamente las siguientes operaciones de suma y resta con fracciones.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Ejercicio en casa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Problemas de aplicación

1. Para preparar un pastel se emplean los siguientes ingredientes: de harina, de huevo, una taza de leche que equivale a y de azúcar. ¿Cuántos kilogramos pesan estos ingredientes?
2. Miguel perdió de su dinero y prestó , ¿Qué parte de su dinero le queda?
3. Tres cuerdas tienen las siguientes longitudes: , y metros. ¿Cuál es la longitud de las tres cuerdas juntas?
4. La fachada de una casa se va a pintar de color blanco y azul, si se pintan de color blanco, ¿Qué porción se pintará de color azul?
5. Un ciclista se encuentra en una competencia y ha recorrido de la distancia que debe cubrir para llegar a la meta, ¿Qué fracción de la distancia le falta total le falta por recorrer?
6. Los de un terreno se venden, del resto se siembra de chile de árbol, ¿Qué parte del terreno sobra?

Operaciones con fracciones: multiplicación

Para efectuar la operación de la multiplicación con fracciones se multiplican numeradores y denominadores.

Ejemplos

|  |  |
| --- | --- |
| Realiza la operación | Realiza la operación |
| Realiza la operación | Realiza la operación |

Realiza las siguientes multiplicaciones

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Actividad en casa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Ejercicios de aplicación

1. En un grupo hay 40 alumnos, de ellos las tres quintas partes son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en el grupo?
2. Se realizó una encuesta para averiguar qué medios informativos se prefieren; de cada 10 personas, 4 prefieren el periódico, si se encuesto a 600 individuos. ¿Cuántos prefieren otros medios?
3. Una alberca tiene una capacidad para 3000 litros de agua, si solo se encuentra a tres cuartas partes de su capacidad, ¿Cuántos litros tiene?
4. La tercera parte de una población de 2100 habitantes es afectada por cierto virus. ¿Cuántos habitantes no padecen el virus?
5. Se sabe que los viernes por la noche en la CDMX. del total de automovilistas manejan en estado de ebriedad, si se realiza un sondeo entre 600 conductores, ¿Cuántos automovilistas se espera que manejen en estado inconveniente?

1. En una caja hay 120 pelotas: verdes, rojas y azules, si las pelotas rojas son la tercera parte del total y las azules equivalen a la sexta parte. ¿Cuántas hay de cada color?

Operaciones con fracciones: división

Para efectuar la operación de la división se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, el producto es el numerador de la fracción resultante.

Como segundo paso, se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción, el producto es el denominador de la fracción resultante.

Ejemplos

|  |  |
| --- | --- |
| Realizar la operación | Realizar la operación |
| Realizar la operación | Realizar la operación |

Realiza las siguientes divisiones

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Trabajo en casa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Problemas de aplicación

1. ¿Cuántas bolsas de se pueden llenar con de galletas?
2. ¿Cuántas botellas de tres cuartos de litro se llenan con 60 litros de agua?
3. ¿Cuántas piezas de de metro de longitud se obtienen de una varilla de metros de largo?
4. ¿Cuál es la velocidad por hora de un automóvil que en recorre 120 kilómetros?
5. Francisco compró de jamón con $156, ¿Cuál es el costo de un kilogramo?
6. Una familia de 6 integrantes consume diariamente litros de leche, si todos ingieren la misma cantidad, ¿Cuánto toma cada uno?

Potenciación

Es la operación en la cual la cantidad llamada base se debe multiplicar por ella misma las veces que lo indique el exponente.

Completa la siguiente tabla

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Cuando un número negativo se eleva a una potencia par, el resultado es positivo, pero si se eleva a una potencia impar, el resultado es negativo.

Ejemplos

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Resuelve | Resuelve | Resuelve |
| Resuelve | Resuelve | Resuelve |

Teoremas

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

Operaciones

|  |
| --- |
| Simplificar |
| Simplificar |
| Simplificar |
| Simplificar |
| Simplificar |

Simplifica correctamente los siguientes ejercicios

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Ejercicio en casa

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Radicación

Es una operación que permite hallar un valor que multiplicado tantas veces como lo indica el índice, dé el valor que se encuentra dentro del radical, el cual recibe el nombre de radicando.

Se define como:

Demostrar que

Teoremas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Ejemplos

Mediante el uso de teoremas, obtén el resultado de los siguientes ejercicios

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Ejercicios

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Ejercicios en casa

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Simplificación de radicales

|  |  |
| --- | --- |
| Simplifica | Simplifica |
| Simplifica | Simplifica |

Ejercicio: simplifica los siguientes radicales

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Ejercicio en casa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |