Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Examen de admisión a la maestría en matemáticas

24 de junio de 2016

NOMBRE DEL ASPIRANTE: ____

1. Demuestra, a partir de la definición de continuidad, que si f es continua en x_0 entonces f^2 también es continua en x_0. Muestra con un ejemplo que la afirmación recíproca es falsa.

2. Sea B la base de $\mathbb{R}^2$ dada por $\{(2,1),(4,0)\}$. Encuentra una base B' tal que
$$M = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$$
sea la matriz de cambio de base de B a B'.

3.
   - Encuentra una matriz 2×2 diagonalizable y distinta de cero que no sea invertible (O muestra que tal ejemplo no existe).
   - Encuentra una matriz 2×2 invertible pero no diagonalizable (O muestra que tal ejemplo no existe).

4. Sean f y g funciones diferenciables tal que $f(g(x)) = x$, y $f'(x) = 1 + [f(x)]^2$. Demuestra que $g'(x) = 1/(1 + x^2)$.

5. Si V es el volumen de un cubo de arista x, expresa $\frac{dV}{dt}$ en términos de $\frac{dx}{dt}$.

6. Calcula $\int_C xy\, ds$, donde C es la mitad derecha de la circunferencia de radio 4 centrada en el origen, recorrida en sentido positivo (contraria a las manecillas del reloj).

7. Sea G un grupo tal que $a^2 = 1$ para todo $a \in G$. Demuestra que G es abeliano.

8. Sea $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$. Si existe v tal que $f = u + iv$ es analítica en $\mathbb{C}$, encuéntrala. Si no existe, demuéstralo.

9. Sea $\{x_n\}$ una sucesión creciente de números reales, tal que x_n está acotada por arriba. Demuestra que la sucesión converge.

10. Resuelve la ecuación diferencial
$$y'' - 2y' + y = 0$$
con condiciones iniciales $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.