

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Examen de ingreso a la Maestría en Matemáticas

Junio 2015

NOMBRE DEL ASPIRANTE:

Instrucciones: escriba sus respuestas en las hojas que se le entregaron. Justifique su procedimiento.

1. Determine las dimensiones de una caja con base cuadrada y sin tapa, si tiene un volumen de un metro cúbico y su superficie total es mínima.

2. Si $0 < \alpha < 1$ determine si la siguiente integral existe o no, y en caso de existir calcule su valor:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}.$$

3. Encuentre A^{73} si $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida de la siguiente manera,

$$T(x, y) = (-y + x, 2x - 2y).$$

Encuentre una matriz de proyección ortogonal sobre el espacio nulo de T .

5. Si $3x - y + z = 4$ es la ecuación de un plano en \mathbb{R}^3 y $P = (1, 0, -1)$, encuentre las coordenadas del punto Q en el plano, más cercano a P .

6. Resuelva la siguiente ecuación diferencial con condiciones iniciales,

$$\frac{dy}{dt} + y = te^{-t}, \quad y(0) = 1.$$

7. Demuestre que si G es un grupo con n elementos y $a \in G$, entonces $a^n = 1$.

8. Considere la sucesión $\{a_n = (-1)^n + \frac{1}{n} : n \geq 1\}$. Determine cuáles de las siguientes cantidades existen y calcúelas: $\inf a_n$, $\liminf a_n$, $\limsup a_n$, $\sup a_n$. ¿La sucesión es convergente?

9. ¿Es la función $f(x + iy) = x^2 + iy^3$ analítica en \mathbb{C} ? Si su respuesta es afirmativa calcule la derivada $f'(z)$. Si su respuesta es negativa explique por qué no lo es.

10. Para $I(n)$ como se define abajo, determine sus valores cuando $n = 1$ y $n = 2$:

$$I(n) = \int_{|z|=1} \frac{dz}{z^n}.$$