

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Examen de admisión a la Maestría en Matemáticas

junio 2022

NOMBRE DEL ASPIRANTE:

Instrucciones: escriba sus respuestas en las hojas que se le entregaron. Justifique su procedimiento.

1. Demuestre la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$.

2. Suponga que A es una matriz real de $n \times n$ tal que $A^{17} = 0$.

(a) Demuestre que $I - A$ es una matriz invertible.

(b) Si B es una matriz real invertible de $n \times n$, ¿es $B - A$ una matriz invertible? Demuestre o escriba un contraejemplo.

3. Escriba un ejemplo de una matriz A con las siguientes propiedades:

(a) A tiene eigenvalores -1 y 2 .

(b) $(1, 2, 3)$ es eigenvector del eigenvalor -1 .

(c) $(1, 1, 0)$ y $(0, 1, 1)$ son eigenvectores del eigenvalor 2 .

4. Calcule el flujo del campo $F = (x^3z, y^3z/3, y^2z^2)$ a través y hacia afuera del cilindro recto de radio dos, altura 5 y base sobre el plano xy , si su eje coincide con el eje z . Incluya las tapas del cilindro en su cálculo.

5. Determine la solución del p.v.i. $y'' + 2y' + 5y = 2e^{-t} \sin 2t - 25t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

6. Suponga que $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ es tal que asume cada uno de sus valores exactamente dos veces. Demuestre que f no puede ser continua.

7. Evalúe la siguiente integral en donde C^+ es un contorno orientado positivamente que consiste de medio círculo pasando por los puntos $2i$, 2 , $-2i$, y el segmento vertical desde $-2i$ a $2i$.

$$\int_{C^+} \frac{dz}{z^3 - 1}.$$

8. Sea G un grupo y M y N subgrupos normales de G . Sea $MN := \{mn \mid m \in M, n \in N\}$. ¿Es MN un subgrupo normal de G ? Demuestre o escriba un contraejemplo.