

EXAMEN MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS

ADMISIÓN ENERO-JUNIO 2023

Instrucciones: escriba su nombre en la esquina superior derecha de esta página y sus respuestas en hojas separadas.

1. Considere el conjunto $S = \{(x, 1, 1, 1), (1, x, 1, 1), (1, 1, x, 1), (1, 1, 1, x)\}$ de vectores en \mathbb{R}^4 . Determine el conjunto de valores de x para los cuales S no es una base de \mathbb{R}^4 . Para cada uno de esos valores determine la dimensión del subespacio generado por S .

2. Considere el espacio vectorial $C(\mathbb{R})$ de todas las funciones continuas de \mathbb{R} en \mathbb{R} . Sea S_c el conjunto de todas las funciones diferenciables $u(t)$ que satisfacen la ecuación

$$\frac{du}{dx} = 2xu + c.$$

Determine el conjunto de valores de la constante c para los cuales S_c es un subespacio vectorial de $C(\mathbb{R})$, determine su dimensión y una base para el mismo.

3. ¿Existe un intervalo en donde la serie abajo converge absolutamente? Justifique su respuesta.

$$\sum_{j \geq 1} \frac{j!}{3^{2j}} (x+2)^j.$$

4. Calcule la integral de línea abajo, en donde C^+ es el círculo de radio tres, con centro en $(1, 0)$, y orientado positivamente.

$$\int_{C^+} \left\{ \frac{-y}{x^2 + y^2} - 3y \right\} dx + \left\{ \frac{x}{x^2 + y^2} - 2x \right\} dy$$

Hint: considere la región encerrada por C^+ y afuera del círculo unitario con centro en el origen.

5. Sea G un grupo cíclico de orden n y a un generador de G . Si m es un entero, demuestre que el subgrupo generado por a^m es el mismo que el subgrupo generado por a^d con $d = (m, n)$ (máximo común divisor de m y n).

6. R es la región cerrada del plano complejo adentro de la circunferencia con centro en el origen y radio cuatro, y afuera del cuadrado $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1$, $-1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$. Calcule la integral de contorno dada abajo, si ∂R está orientada de forma tal que en cualquier punto sobre ∂R , R se ubica del lado izquierdo. Justifique su respuesta.

$$\int_{\partial R} \frac{z+2}{\sin(z/2)} dz.$$

MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO. HIDALGO, MÉXICO. NOV. 2022.

Date: November 28, 2022.