EXAMEN DE ADMISIÓN: MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS

ENERO-JUNIO 2022

Instrucciones: escriba su nombre en la esquina superior derecha de esta página y sus respuestas en hojas separadas.

1. Sea (X, d) un espacio métrico y F_1, F_2 subconjuntos cerrados no vacíos y disjuntos. Demuestre que existen abiertos disjuntos G_1 y G_2 tales que $G_1 \supset F_1$ y $G_2 \supset F_2$.

2. Considere el grupo $G = \langle g, h \,|\, g^3 = h^2 = (gh)^2 = e \rangle$. Calcule el orden de G.

3. Suponga que el eje z transporta una corriente eléctrica constante I, produciendo un campo magnético

$$B(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{(-y, x, 0)}{x^2 + y^2}$$

(μ_0 =cte). Calcule el flujo de B a través de una ventana rectangular con vértices $(0, a, 0)$, $(0, a + h, 0)$, $(0, a + h, b)$, $(0, a, b)$, suponiendo a, b y h constantes positivas. Ahora calcule el flujo de B a través de una esfera con centro en $(0, a, 0)$ y radio $R < a$.

4. Determine si la función $T : P_2 \to \mathbb{C}^2$ definida por $T(a + bx + cx^2) = (2a - b, b + c)$ es una transformación lineal, en donde P_2 es el conjunto de polinomios de grado a lo más dos, con coeficientes en el conjunto de los números complejos $\mathbb{C}$.

5. Suponga que A es una matriz simétrica real de tamaño n. Sea A_{mm} la submatriz de A de tamaño m que se obtiene borrando las columnas de A a partir de la columna $m + 1$, y los renglones de A a partir de $m + 1$. Entonces si a_{jk} son las componentes de A,

$$A_{11} = [a_{11}], \quad A_{22} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \text{etc.}$$

Demuestre una de las siguientes afirmaciones.

(a) Si A es positiva definida, entonces $\det A_{mm} > 0$ para $m = 1, \ldots, n$.

(b) Si $\det A_{mm} > 0$ para $m = 1, \ldots, n$, entonces A es positiva definida.

6. C es la curva en el plano complejo que consiste del segmento horizontal que une los puntos $z = -2$ y $z = 2$, y medio círculo de radio dos pasando por los puntos anteriores y $z = 2\mathtt{i}$. Calcule la siguiente integral

$$\int_C \frac{dz}{(1 + z^2)^2}\,.$$

Maestría en Matemáticas. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Hidalgo, México. Nov. 2020.

Date: November 23, 2021.