# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

## Examen de admisión a la Maestría en Matemáticas

junio 2018

**NOMBRE DEL ASPIRANTE:**

**Instrucciones:** escriba sus respuestas en las hojas que se le entregaron. Justifique su procedimiento.

**1.** Calcule o bien explique por qué no existe $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}-\frac{1}{x^2}\right)$.

**2.** Determine $\int 3^{\sqrt{2x+1}}$ .

**3.** $A$ es una matriz real de tamaño cuatro con polinomio característico $(\lambda-2)^3(\lambda+3)$. Si $\lambda_1=2$ tiene defecto uno, y módulo un reordenamiento de bloques diagonales, ¿cómo es la forma canónica de Jordan de $A$?

**4.** Escriba la solución general de la ecuación diferencial $y''+y=\cot x$.

**5.** Si $C$ es la curva que delimita la región entre $y=x^2$ y $x=y^2$, verifique el cumplimiento del teorema de Green para

$$\oint_C \left(2xy-x^2\right)dx+\left(x+y^2\right)dy\,.$$

**6.** Sea $n$ un entero positivo cualquiera y $G_n=\left\{a+b\sqrt{n}\,\middle|\,a,b\in\mathbb{Z}\right\}$. Demuestre que $G$ es un grupo respecto a la adición.

**7.** Si $G$ es un grupo abeliano con elementos $g_1,g_2,\ldots,g_n$, y $x=g_1g_2\cdots g_n$, demuestre que $x^2=e$ (identidad). ¿Qué puede decir acerca de $x$ si el orden de $G$ es impar? Hint: escriba $x^{-1}$ y argumente que $x^{-1}=x$.

**8.** Suponga que $X$ es un espacio métrico completo y $\left(F_j\right)$ es una sucesión de conjuntos cerrados, no vacíos y acotados tales que $F_j\supset F_{j+1}$, y $\lim_{j\to\infty}\operatorname{diám}E_j=0$ (la sucesión de sus diámetros converge a cero). Demuestre que la intersección de los subconjuntos contiene exactamente un punto.

**9.** ¿Es la función $f(z)=z\operatorname{Re}z$ diferenciable en $z=0$? ¿Es analítica en $z=0$?

**10.** Determine todos los posibles valores de la integral indicada abajo, si $C$ es una curva de Jordan, rectificable y cerrada, la cual no pasa por los puntos $z=0,1,-1$. Indique en cada caso la posición de $C$.

$$\int_C \frac{dz}{z(z^2-1)}\,.$$

Centro de Investigación en Matemáticas · AAMyF-ICBI · Carr. Pachuca-Tulancingo km 4.5 · Mineral de la Reforma · 42184