

# Sistema de Control Inteligente Adaptable

Virgilio López Morales

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo-CITIS, México.

Seminario CITIS, 6 de marzo, 2009

# Los grandes desafíos del SIGLO XXI



Es más importante  
el rigor científico

Es más importante  
la divulgación  
científica



Vengan al  
agua y... OK !

Mar de la Indecisión



**¡¡ Recurrir a la más alta  
autoridad en la materia !!!**



... Resultado?

- Introducción
- Estado del Arte sobre Estimación de parámetros de una planta
- Modelo Inteligente (difuso) T-S
- Estimador de Parámetros del Modelo Difuso T-S
- Ejemplo de diseño de un controlador difuso adaptable
- Conclusiones
- Algo en mente ?

## Porqué control inteligente adaptable?

- Cuanto más detalles matemáticos del modelo de un sistema, menos se parece al mundo real! (A. Einstein).  $\therefore$  expandir las herramientas de modelado de sistemas  $\implies$  Modelado con un Sistema Inteligente
- Los sistemas controlados (plantas) en el mundo real están expuestos a la influencia del medio o del tiempo  $\implies$  Adaptación del controlador.
- Desarrollo de nuevas herramientas de análisis de sistemas para el desarrollo de un nuevo enfoque de control  $\implies$  Conjunción de la teoría de control y ciencias computacionales  $\subseteq$  SoftComputing

- 1 Sistema (o planta)
- 2 Controlador
- 3 Lazo cerrado
- 4 Modelo difuso T-S
- 5 Variación de parámetros y/o perturbaciones
- 6 Método de Lyapunov

# Sistema (o planta)

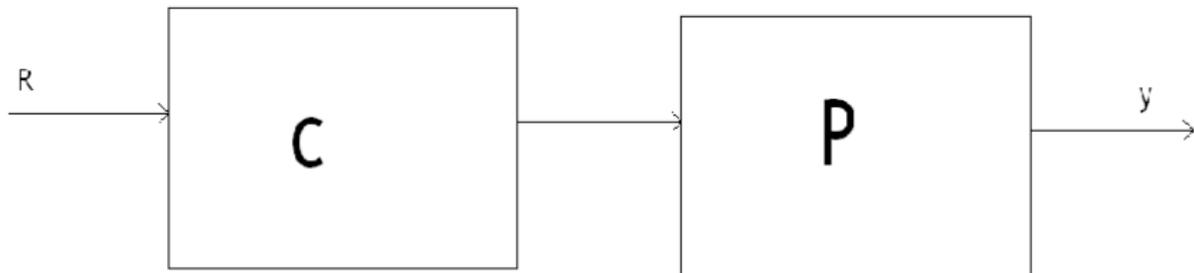


Lineal:  $y_1 + y_2 = P(u_1 + u_2) = P(u_1) + P(u_2)$ , Ej.  $V=RI$

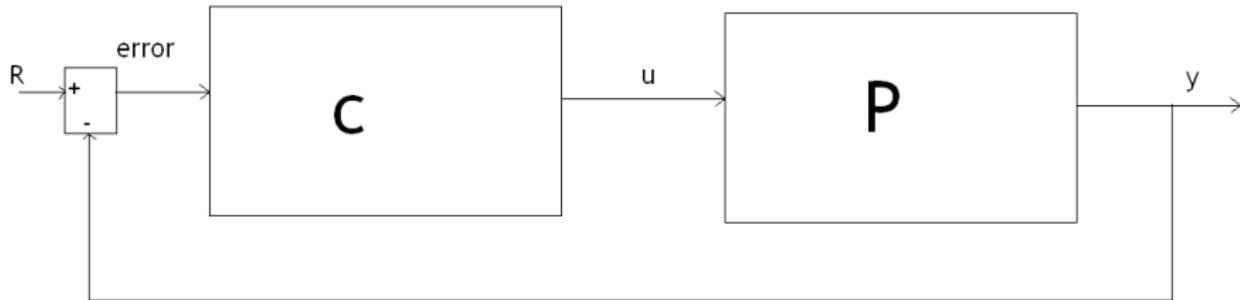
No lineal:  $y = f(u) \implies y_1 + y_2 \neq f(1) + f(2)$ , Ej.  $y = \text{sen}(u)$ ,

$\therefore y_1 + y_2 \neq \text{sen}(u_1 + u_2) \neq \text{sen}(u_1) + \text{sen}(u_2)$ .

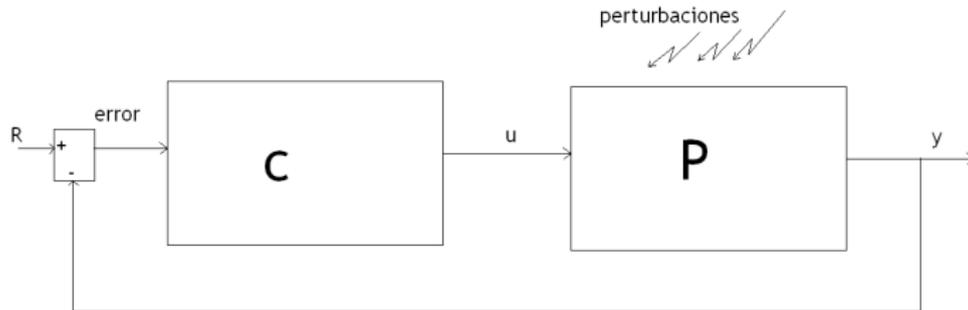
# Controlador



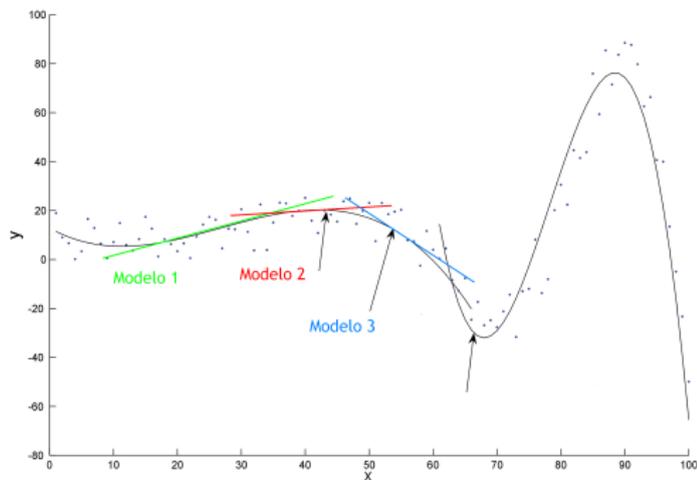
# Control en lazo cerrado



# Variaciones de parámetros y/o perturbaciones



# Modelo Difuso T-S de un sistema no lineal



Si  $20 < X < 35$  Entonces Usar-modelo-1(lineal)

Si  $40 < X < 50$  Entonces Usar-modelo-2 (lineal)...

## Método de Lyapunov

Sea el sistema  $\frac{dx}{dt} = f(x)$  con  $f(0) = 0$ .

Si puede encontrar una función  $V(x)$  definida positiva en una región (es decir que  $V(0) = 0$  y que  $V(x) > 0$  en una  $U \subset R^n$ ), y que su derivada con respecto al tiempo sea menor que cero (negativa), entonces la solución del sistema en el origen es estable.

- 1 En el Controlador Adaptable Directo el sistema difuso es el controlador
- 2 En el Controlador Adaptable Indirecto el sistema difuso es un modelo aproximado de la planta (modelo difuso)  $\therefore$  el controlador se construye suponiendo que el modelo difuso representa la planta.  
El problema es que las plantas varían sus parámetros o sufren perturbaciones!  
 $\therefore$  Es muy importante la estimación de parámetros para 2.

## Algoritmos de estimación fuera de línea

- Estimación de parámetros de los modelos difusos a partir de mediciones de Entrada-Salida (Modelos de relación, Modelos con base a aproximaciones)
- Modelos Difusos Cualitativos.
- Redes Neuronales

Pero es necesario tiempo real !

En ésta plática se revisa una metodología para un estimador de parámetros en línea de un modelo difuso T-S.

## Caso utópico

Modelo de Jesús:

$$J = a_1 * \textit{Egoista} + a_2 * \textit{Centrado} + a_3 * \textit{Servicial} + a_4 * \textit{Inteligencia}$$

donde  $a_1 = 0.6$ ,  $a_2 = 0.3$ ,  $a_3 = 0.1$ ,  $a_4 = 0.7$

Modelo de Mary:

$$M = b_1 * \textit{Egoista} + b_2 * \textit{Centrado} + b_3 * \textit{Servicial} + b_4 * \textit{Inteligencia}$$

donde  $b_1 = 0.1$ ,  $b_2 = 0.4$ ,  $b_3 = 0.5$ ,  $b_4 = 0.8$

Variación en los Parámetros cambian la dinámica de una planta !  
pero además hay PERTURBACIONES por ejemplo.



Mónica



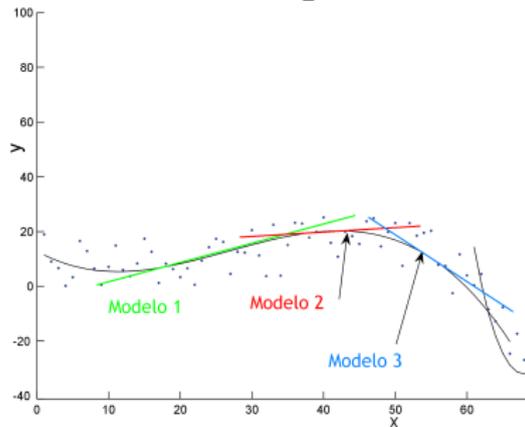
Brad

Y CAMBIABAN SUS COMPORTAMIENTOS  
REPENTINAMENTE !!

## Observaciones

- 1 Las plantas a controlar además de estar expuestas a perturbaciones, tienen parámetros que normalmente varían en función de variables del entorno (humedad, temperatura, tiempo, radiación solar, concentraciones diferentes, etc.)  $\therefore$  Controlador adaptable
- 2 Los modelos que se proponen para una planta debería de ser no solamente analíticos sino además, integrar información lingüística valiosa de los expertos  $\therefore$  Modelos difusos
- 3 La estimación de parámetros de la planta, debería ser en línea para la utilización en áreas donde se requiere tiempo real.

$R^i$  : Si  $x_1$  está  $M_1^i$  y  $\dots$  y  $x_n$  está  $M_n^i$  Entonces  $\frac{d}{dt}x = A_i x + B_i u$



$\therefore$  Modelo Final

$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^I w_i(x) \{A_i x + B_i u\}}{\sum_{i=1}^I w_i(x)}$  donde  $w_i(x)$  es el grado en que el  $i$ -ésimo modelo está participando.

Truco: modificar el modelo difuso de la Planta

$$\dot{x} = A_s \cdot x + \frac{\sum_{i=1}^n w_i(x)((A_i - A_s) \cdot x + B_i \cdot u)}{\sum_{i=1}^n w_i(x)}$$

$$\text{Estimador } \dot{\hat{x}} = A_s \cdot \hat{x} + \frac{\sum_{i=1}^n w_i(x)((\hat{A}_i - A_s) \cdot \hat{x} + \hat{B}_i \cdot u)}{\sum_{i=1}^n w_i(x)}$$

Para poder medir si funciona bien el estimador  $\hat{x}$  del estado  $x$  defina

$$\varepsilon = x - \hat{x} \text{ es decir } \dot{\varepsilon} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = A_s \cdot \varepsilon - \frac{\sum w_i \tilde{A}_i}{\sum w_i} x - \frac{\sum w_i \tilde{B}_i}{\sum w_i} u$$

donde

$$\tilde{A}_i = \hat{A}_i - A_i, \quad \tilde{B}_i = \hat{B}_i - B_i$$

Ahora bien, lo que se requiere es que  $\varepsilon = 0$  es decir que  $\tilde{A}_i \rightarrow 0, \tilde{B}_i \rightarrow 0$  Estimador OK!

Propongamos entonces una función  $V(x)$

$$V = \varepsilon^T P \varepsilon + \sum_{i=1}^l \text{tr} \left( \frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{r_{1i}} \right) + \sum_{i=1}^l \text{tr} \left( \frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{r_{2i}} \right)$$

donde  $\text{tr}$  es la traza,  $r_{1i}, r_{2i} > 0$  son escalares, y  $P = P^T$ .

Obtenga

$$\dot{V} = \dot{\varepsilon}^T P \varepsilon + \varepsilon^T P \dot{\varepsilon} + \sum_{i=1}^N \text{tr} \left( \frac{\dot{\tilde{A}}_i^T P \tilde{A}_i}{r_{1i}} + \frac{\tilde{A}_i^T P \dot{\tilde{A}}_i P \tilde{A}_i}{r_{1i}} \right) +$$

$$\sum_{i=1}^N \text{tr} \left( \frac{\dot{\tilde{B}}_i^T P \tilde{B}_i}{r_{2i}} + \frac{\tilde{B}_i^T P \dot{\tilde{B}}_i}{r_{2i}} \right)$$

donde

$$\dot{\varepsilon}^T P \varepsilon + \varepsilon^T P \dot{\varepsilon} =$$

$$\varepsilon^T (A_s^T P + P A_s) \varepsilon - 2 \varepsilon^T P \left( \sum w_i \tilde{A}_i / \sum w_i \right) x - 2 \varepsilon^T P \left( \sum w_i \tilde{B}_i / \sum w_i \right) u$$

Utilizando las propiedades de la Traza, se tiene:

$$\dot{V} = -\varepsilon^T P \varepsilon + 2\text{tr}\left(\sum \frac{\tilde{A}_i^T P F_i}{r_{1i}} - \frac{w_i \tilde{A}_i^T}{\sum w_i} P \varepsilon x^T + \sum \frac{\tilde{B}_i^T P G_i}{r_{2i}} - \frac{w_i \tilde{B}_i^T}{\sum w_i} P \varepsilon u^T\right)$$

Note que la elección obvia para hacer  $\dot{V}$  negativa es

$$\sum \frac{\tilde{A}_i^T P F_i}{r_{1i}} = \frac{w_i \tilde{A}_i^T}{\sum w_i} P \varepsilon x^T, \text{ y } \sum \frac{\tilde{B}_i^T P G_i}{r_{2i}} = \frac{w_i \tilde{B}_i^T}{\sum w_i} P \varepsilon u^T$$

Es decir que

$$\dot{\hat{A}}_i = F_i = r_{1i} \frac{w_i}{\sum w_i} \varepsilon x^T, \text{ y } \dot{\hat{B}}_i = G_i = r_{2i} \frac{w_i}{\sum w_i} \varepsilon u^T$$

Dada una planta representada por

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i(x) \{A_i x + B_i u\}}{\sum_{i=1}^n w_i(x)}$$

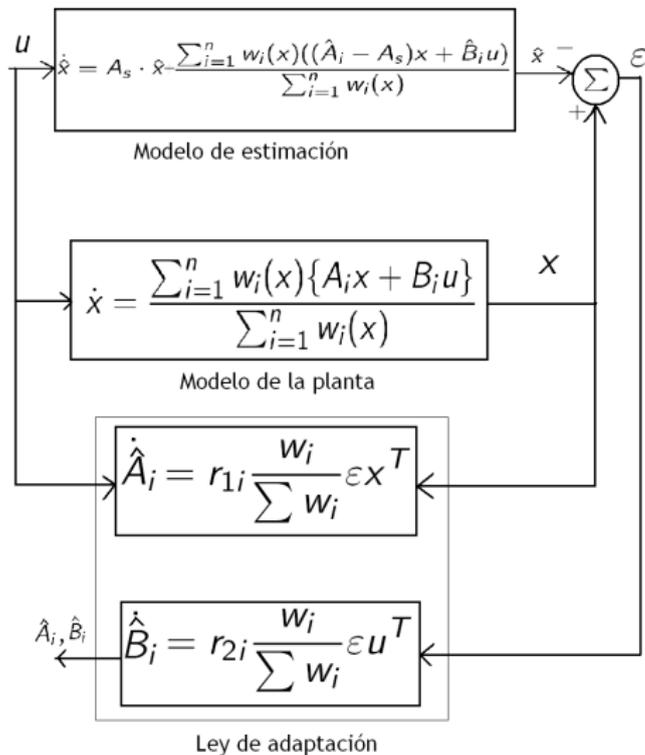
El modelo de estimación

$$\dot{\hat{x}} = A_s \cdot \hat{x} + \frac{\sum_{i=1}^n w_i(x) ((\hat{A}_i - A_s)x + \hat{B}_i u)}{\sum_{i=1}^n w_i(x)}$$

en conjunto con la ley adaptable

$$\dot{\hat{A}}_i = F_i = r_{1i} \frac{w_i}{\sum w_i} \varepsilon x^T, \text{ y } \dot{\hat{B}}_i = G_i = r_{2i} \frac{w_i}{\sum w_i} \varepsilon u^T$$

garantizan que  $|\varepsilon(t)| \rightarrow 0$  conforme  $t \rightarrow 0$



Sistema SISO No lineal representado por

$R^i$  : Si  $x_1$  está  $M_1^i$  y  $\dot{x}$  está  $M_2^i$  y  $\dots$  y  $x^{n-1}$  está  $M_n^i$  Entonces

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad i = 1, 2, \dots, l$$

donde

$x^T = [x^{(n-1)}, x^{(n-2)}, \dots, \dot{x}, x] = [x_n, x_{n-1}, \dots, x_1]$  y la entrada  $u \in R^1$  se pueden medir.

Además

$$A_i = \begin{bmatrix} a_n^i & a_{n-1}^i & \dots & a_2^i & a_1^i \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} b_i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las reglas difusas T-S pueden ser inferidas de la sig. forma

$$x^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^l w_i(x) \{a_i^T x + b_i u\}}{\sum_{i=1}^l w_i(x)} = \sum_{i=1}^l h_i(x) \{a_i^T x + b_i u\}$$

donde

$$h_i(x) = (w_i(x) / \sum_{i=1}^r w_i(x)).$$

Para la planta no lineal representada por el modelo difuso existe un controlador (C.W.Park, H.K.Kang, Y.Yee and M.Park, Proc. I.E.E.C.T. 2002) de la sig. forma:

$$u = \frac{a_d^T \cdot x - \sum_{i=1}^r w_i(x) a_i^T \cdot x}{\sum_{i=1}^r w_i(x) b_i} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x) (a_d^T - a_i^T) \cdot x}{\sum_{i=1}^r w_i(x) b_i}$$

$a_d \in R^n$  es elegida t.q.

$$x^{(n)} = a_d^T \cdot x$$

es asintóticamente estable.

# Ley de controlador por retro de estado con estimador propuesto

$$u = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x)(a_d^T - \hat{a}_i^T) \cdot x}{\sum_{i=1}^r w_i(x)\hat{b}_i}$$

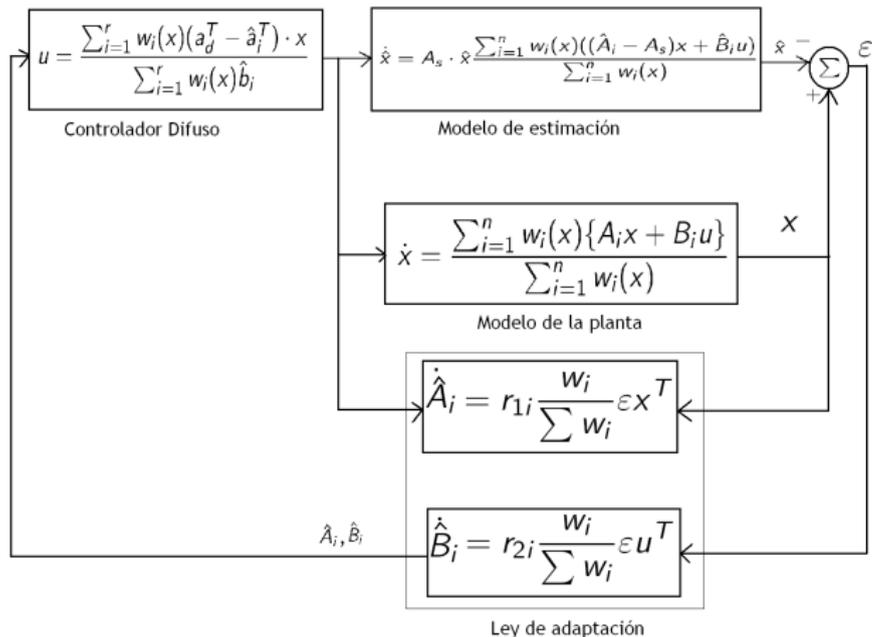


Super Consejero

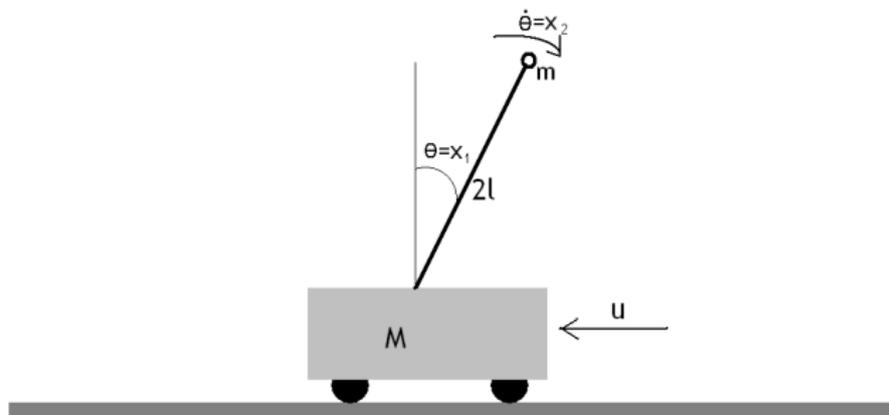
Interconectando:

1. El modelo difuso de la planta
2. El modelo de estimación
3. La ley de adaptación y
4. el controlador difuso se tiene...

# Estructura de control completa



- 1 Al problema de que los sistemas a controlar están expuestos a perturbaciones, y tienen parámetros que normalmente varían en función de variables del entorno aplicamos un Controlador adaptable
- 2 El modelo que se propone para una planta integra información lingüística dado que esta expresado como un Modelo difuso
- 3 La estimación de parámetros del sistema se realiza a través de una ley de adaptación en línea para la utilización en áreas donde se requiere tiempo real.
- 4 Este conjunto de técnicas (SoftComputing) sintetizan un Sistema de control inteligente adaptable.



$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\frac{g \sin(x_1) - a m l x_2^2 (2x_1)}{2 - a \cos(x_1)} u}{\frac{4l}{3 - a m l \cos^2(x_1)}}$$

Regla 1: Si  $x$  está cerca de 0 Entonces  $\ddot{x} = a_1^T x + b_1 u$ ,

Regla 2: Si  $x$  está cerca de  $\pm \frac{\pi}{2}$  Entonces  $\ddot{x} = a_2^T x + b_2 u$ ,

## SIMULACIÓN IN SITU

... Preguntas? ...

