Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Examen de Álgebra

Julio 24 de 2018.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:____

`Resuelva los siguientes ejercicios justificando todas sus respuestas.`

1. Mostrar que no existen puntos que satisfagan $2x - 3y + z - 2 = 0$ y que estén sobre la recta $l(t) = (2, -2, -1) + t(1, 1, 1)$.

2. Bajo qué condiciones sobre $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, la ecuación $Ax = b$, $x \in \mathbb{R}^2$, tiene una solución para $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Considere a $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$ y a $\mathbf{v} = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$. Sea $A = \mathbf{u}^\top \mathbf{v}$. Hallar A^n para cada $n \in \mathbb{N}$.

4. Sea A una matriz invertible de dimensión $n \times n$ asociada a una transformación lineal $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ y B una matriz $n \times m$ asociada a una transformación lineal $S : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$. Demuestre que la dimensión del núcleo y la dimensión de la imagen de $T \circ S$ (composición) son las mismas que la dimensión del núcleo y la dimensión de la imagen de S.

5. Sea T la transformación lineal definida sobre $\mathbb{R}^3$ por $T(x, y, z) = (0, x, y)$. Determine los polinomios característicos de T, T^2 y T^3.