

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS
EXAMEN DE ÁLGEBRA-ENERO 2017

Nombre: _____

Resuelve cada ejercicio y anexa los detalles necesarios

1. Considera la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y + 4x, x + 3y + 9z).$$

Encuentra la matriz de T con respecto a la base $\{(1, 1, 1), (1, -1, 1), (1, 1, -1)\}$.

2. Para la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, encuentra los eigenvalores y los correspondientes espacios propios.

3. Sea A una matriz de tamaño $n \times n$ tal que $A^2 = A$. Demuestra que su polinomio característico tiene la forma $p(x) = (x - 1)^m x^{n-m}$ para alguna $0 \leq m \leq n$.

4. Supón que B es una matriz no singular y prueba que AB es similar a BA .

5. Sea V un espacio vectorial de dimensión n , y sean T_1 y T_2 transformaciones lineales con dominio V . Muestra que $(T_1 + T_2)(V) \subset T_1(V) + T_2(V)$. Usar ese resultado para probar que

$$n + N(T_1 + T_2) \geq N(T_1) + N(T_2).$$

Nota: $N(\cdot)$ denota la dimensión del kernel de la transformación lineal.