



Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Examen de Cálculo



Julio 27 de 2018.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

Resuelva los siguientes ejercicios justificando todas sus respuestas.

1. Realice un bosquejo de la gráfica de $y = 1/(4x - x^2 - 5)$, encuentre los valores máximo y mínimo, los puntos de inflexión, y los intervalos donde la función es creciente, decreciente, cóncava y convexa, cuando sea el caso.

2. Demuestre que la función $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x^2}\right), & x \in (0, 1], \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

es diferenciable y proporcione su derivada.

3. Determine

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}.$$

4. Sea f una función definida en \mathbb{R}^2 por $f(x, y) = \frac{2xy^2}{x^2+y^2}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$ y cero en otro caso. Demuestre que en el punto $(0, 0)$ existe la derivada direccional de f en cualquier dirección. ¿Es continua f en el punto $(0, 0)$?, justifique su respuesta.

5. Calcule

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy,$$

donde R es la región $x^2 + y^2 \leq a^2$.