



Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Examen de Cálculo

14 de octubre de 2017



NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

Resuelve los siguientes ejercicios justificando todas tus respuestas.

1. ¿Cuál es el número de soluciones reales de la ecuación $2x = 1 + \sin x$? Demuestra tu resultado.
2. Considera la región limitada por el eje X , la gráfica de $y = x^n$ y la tangente a esta función en el punto $(1,1)$. Encuentra el valor de $n > 1$, no necesariamente entero, que maximiza el área de esta región.

3. ¿Existen valores de k que hacen que la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{2x^2 + 3y^2 - xy}, & \text{si } (x, y) \neq 0, \\ k, & \text{si } (x, y) = 0, \end{cases}$$

sea continua en \mathbb{R}^2 ? Si los hay, demuestra que la función es continua en ellos. Si no los hay, di por qué no.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y recuerda que se puede definir el cambio de f a coordenadas polares por la relación $\phi(r, \theta) = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$. Encuentra las derivadas parciales de $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en términos de las derivadas parciales $\frac{\partial \phi}{\partial r}$ y $\frac{\partial \phi}{\partial \theta}$

5. Determina los máximos y mínimos absolutos de la función

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$$

en la placa rectangular $0 \leq x \leq 5$, $-3 \leq y \leq 0$.