Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Examen de Álgebra Lineal (E C A L)
J u l i o 2 0 1 5
J u s t i f i q u e s u s R e s p u e s t a s

Apellido Paterno *Apellido Materno* *Nombre*

1. Sea V el espacio vectorial de funciones reales de variable real cuya base es $B = \{1, x, e^x, xe^x\}$. Sea T el operador en V definido por

$$T(f)(x) = f(x) - \frac{df(x)}{dx}.$$

Determine

a) La matriz de T con respecto a la base B.

b) El polinomio característico y el polinomio mínimo de T.

c) Una base para la imagen y otra para el núcleo de T.

2. Considere a $\mathbb{R}^3$ con el producto interno $< u, v >= u_1v_1 + 2u_2v_2 + 3u_3v_3$.

a) Transforme la base $\beta = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ en una base ortonormal γ.

b) Obtenga la matriz de cambio de base de β a γ.

3. Demuestre que si dos matrices A y B de $n \times n$ son semejantes entonces tienen el mismo polinomio característico y por lo tanto los mismos valores propios (con las mismas multiplicidades).

4. Sea V un espacio vectorial y sean U y W subespacios de V de dimensión finita. Demuestre que $\dim(U + W) = \dim(U) + \dim(W) - \dim(U \cap W)$.

5. Suponga que la matriz A de $n \times n$ tiene al 0 como valor propio.

a) ¿Qué puede decir sobre la inyectividad y la suprayectividad de la transformación $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ Tx = Ax$?

b) ¿Qué puede decir sobre las soluciones de los sistemas de ecuaciones $Ax = \mathbf{0},\ Ax = b$ con $b \in \mathbb{R}^n$?