LIMA de la UAEH 14 de enero de 2022

Examen ECAL de Álgebra Lineal

Nombre completo del estudiante ____

1. Hallar los valores de a para los cuales la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+a & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ es invertible y calcular su inversa.

2. Considere una matriz real A de 3×3. Si $\det(A) = 6$ y A tiene dos eigenvalores reales $\sqrt{2}$ y -1, hallar los demás eigenvalores de A.

3. ¿Existen valores de r y s para los cuales el rango de la matriz
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
sea uno o dos? En caso afirmativo, encontrar los valores.

4. Denote el espacio vectorial $\mathcal{P}_2 = \{p(x) : p(x) = ax^2 + bx + c\textbf{, con } a,\, b \text{ y } c \text{ reales}\}$ de los polinomios reales de grado a lo más dos. Considere la transformación lineal $T(p(x)) = p(3x-1)$. Hallar la matriz de T con respecto a la base $\mathcal{B} = \{1+x,\, 1-x,\, x^2\}$ de $\mathcal{P}_2$.

5. Considere el espacio vectorial real $V = C[-1,1] = \{f\colon [-1,1] \to \mathbb{R} \mid f \text{ es continua}\}$ y sean $V_1 = \left\{ f \in V : \displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt = 0 \right\}$ y V_2 el conjunto de funciones de V que consiste de las funciones constantes. Mostrar que V_1 y V_2 son subespacios de V y que $V = V_1 \oplus V_2$.