

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Examen ECAL de Álgebra Lineal

Enero 16 de 2023

NOMBRE: _____

Resuelva los siguientes ejercicios justificando todas sus respuestas.

1. Proporcione una base del espacio solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= 0 \\3x_1 - 9x_2 + 7x_3 - x_4 + 3x_5 &= 0 \\2x_1 - 6x_2 + 7x_3 + 4x_4 - 5x_5 &= 0.\end{aligned}$$

2. La suma de las entradas de los renglones de la matriz A es igual a uno. Demuestre que $\lambda = 1$ es valor propio de A .
3. Sea A una matriz diagonalizable que tiene un solo valor propio en \mathbb{C} . Demuestre que A es múltiplo escalar de la matriz identidad.
4. Determine una transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ cuyo núcleo sea

$$W = \{(x, y, z, w)^T : x + y + z - w = 0\} \cap \{(x, y, z, w)^T : x - y - z + w = 0\}.$$

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dada por

$$T(x, y, z) = (x - 2y + z, 3x + 5y - 4z, 2x + 2y + 2z, x + y + z).$$

Dar un ejemplo de un par de bases, una en \mathbb{R}^3 y la otra en \mathbb{R}^4 , tales que la representación matricial de T solo tenga unos y ceros en sus entradas.