

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Examen de Álgebra Lineal (E C A L)

Julio 2025

J u s t i f i q u e s u s R e s p u e s t a s

<i>Apellido Paterno</i>	<i>Apellido Materno</i>	<i>Nombre</i>
-------------------------	-------------------------	---------------

1. Dada $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1-a \\ 2 & a & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Determine los valores de a de tal forma que el espacio columna de A no sea $\mathbb{R}^3$.

2. Sea A una matriz cuadrada de $n \times n$ y suponga que existe un número natural k tal que $A^k = 0_n$. Demuestre que A no es invertible.

3. Dada la transformación $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y, s, t) = (x - y + s + t, x + 2s - t, x + y + 3s - 3t)$

a. Demuestre que T es lineal.

b. Considerando las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^4$, halle la matriz de la transformación.

c. Encuentre una base para la imagen de T , una base para el kernel de T y verifique el teorema de la dimensión.

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$, encuentre otra P , no singular, tal que $P^{-1}AP$ sea diagonal.

5. Sean V, U y W espacios vectoriales sobre el mismo campo F y $T : V \rightarrow U$, $H : V \rightarrow U$, $G : U \rightarrow W$ transformaciones lineales.

Demuestre que:

a. $G \circ T$ es lineal

b. $G \circ (T + H) = G \circ T + G \circ H$.