

Examen de Álgebra Lineal

ECAL

Jueves, 25 de noviembre de 2024

1. Sea $T : V \rightarrow W$ una transformación lineal inyectiva. Probar que si $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ es una base de V , entonces $\{T(u_1), T(u_2), \dots, T(u_n)\}$ es un conjunto linealmente independiente.

2. Sea a un número real y sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a & 1 \\ 0 & a & a & 1 \\ a & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

la matriz aumentada de un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Encuentra todos los valores de a de forma que el sistema tenga: (i) solución única, (ii) más de una solución y (iii) ninguna solución.

3. Escribe a la siguiente matriz como producto de matrices elementales.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Si $x = (-1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$ y $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Determina y y z tales que $x = y + z$, con y en el espacio nulo de A y z en su espacio renglón. Calcula la distancia de x al espacio nulo de A .

5. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, encontrar una matrix ortogonal P , tal que $P^{-1}AP$ sea diagonal.