

ECAL: ÁLGEBRA LINEAL

ENERO 2024

1. Sea $T : V \rightarrow W$ una transformación lineal inyectiva. Demuestre que si $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ es una base de V , entonces $\{Tu_1, Tu_2, \dots, Tu_n\}$ es un conjunto linealmente independiente. ¿Puede el conjunto ser una base de W ?

2. Sea a un número real y A (indicada abajo) la matriz aumentada de un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas. Encuentre todos los valores de a de forma tal que el sistema tenga (i) solución única, (ii) más de una solución, y (iii) ninguna solución.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 1 \\ 0 & a & a & 1 \\ a & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Escriba a la matriz A como producto de matrices elementales,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Si $x = (-1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$ y A es como abajo, determine y y z tales que $x = y + z$, con y en el espacio nulo de A y z en el espacio renglón. Calcule la distancia de x al espacio nulo de A .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Si A es como abajo, encuentre una matriz ortogonal P , tal que $P^{-1}AP$ es una matriz diagonal.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$