Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Examen de Álgebra Lineal (E C A L)
Enero 2021
J u s t i f i q u e s u s R e s p u e s t a s

Apellido Paterno *Apellido Materno* *Nombre*

1. En cada inciso, dar un ejemplo de una matriz de tamaño 2×2 y entradas reales, que cumpla lo que se pide.

a. Que sea diagonalizable en $\mathbb{C}$, pero no en $\mathbb{R}$.

b. Que no sea diagonalizable ni en $\mathbb{C}$, ni en $\mathbb{R}$.

2. Sea $T : V \to W$ una transformación lineal inyectiva. Demostrar que si $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ es una base de V, entonces $\{T(v_1), T(v_2), \ldots, T(v_n)\}$ es una base de la imagen de T.

Dar un contraejemplo que muestre que sin la hipótesis de inyectividad de T el resultado no es verdadero.

3. Encontrar una base ortonormal $\{u_1, u_2\}$ para el subespacio de $\mathbb{R}^3$ generado por los vectores $(-1, 1, 0)$ y $(3, 1, 1)$. Extender esa base para obtener una base ortonormal $\{u_1, u_2, u_3\}$ de todo el espacio $\mathbb{R}^3$.

4. Dar un ejemplo o bien demostrar que no existe una matriz real A tal que

$$A^4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Sean u_1 y u_2 dos vectores ortonormales en $\mathbb{R}^n$ tales que $u_1 \neq u_2$. Demostrar que $\|u_1 - u_2\| = \sqrt{2}$.