LIMA de la UAEH 15 de enero de 2015

Examen ECAL de Álgebra Lineal.

Nombre completo del estudiante:____

Resuelve los siguientes ejercicios, justificando todas tus respuestas.

1. Sea V un espacio vectorial sobre un campo K. Prueba que $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ es una base para el espacio vectorial V si y sólo si $\{\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \ldots, \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n\}$ es una base para V.

2. Sea $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una transformación lineal. Demuestra que existen $a, b, c \in \mathbb{R}$ tales que $T(x, y, z) = ax + by + cz$ para todos $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

3. Demuestra que para cualesquiera dos matrices cuadradas de tamaño $n \times n$: A, B, se tiene que $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$.

4. Sea $\alpha\colon M_{n\times n}(\mathbb{R}) \to M_{n\times n}(\mathbb{R})$ dada por $\alpha(A) = A^t$. Prueba que α es un isomorfismo y encuentra el polinomio mínimo y el polinomio característico de α.

5. Determina un polinomio de menor grado posible que pasa por los puntos $(1, 4)$, $(2, 0)$ y $(3, 12)$.