

Examen ECAL de Cálculo

Nombre completo del estudiante _____

1. Considere la función

$$F(x) = \begin{cases} x + x^2 \operatorname{sen}(1/x), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Demuestre que

- a) la función F no es creciente en ningún intervalo abierto que contenga al cero.
b) $F'(0) = 1$.
2. Encuentre los valores máximo y mínimo absolutos de la función $g(x, y) = 1 + xy - x - y$, en la región acotada por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 4$.
3. Determine el valor de la constante c de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y(1 - y), & \text{si } 0 < y < 1 \text{ y } 0 < x < y \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

de forma que se tenga

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \, dx dy = 1.$$

4. Sea D el círculo con centro en el origen y radio $r = 5$. Calcule

$$\iint_D e^{x^2+y^2} \, dx dy.$$

5. Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^{x^2} \exp(-t^2) \, dt}{x - \operatorname{sen}(x)}$.