

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Examen de Cálculo (E C A L)

Julio 2025

J u s t i f i q u e s u s R e s p u e s t a s

<i>Apellido Paterno</i>	<i>Apellido Materno</i>	<i>Nombre</i>
-------------------------	-------------------------	---------------

1. Sea $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua en $[0, 1]$ y diferenciable en $(0, 1)$. Adicionalmente suponga que $f(0) = 0$ y $f(1) = 1$. Demuestre que existe $c \in (0, 1)$ tal que $f(c)f'(c) = c$. *Sugerencia.* Considere la función $g(x) = f(x)^2 - x^2$.

2. Derive la siguiente función

$$F(x) = \int_1^{(\int_0^{\cos x} e^{-2t} dt)} \ln(\sin u) du.$$

3. Para la función $f(x) = x^5 - 5x^3$, halle: extremos locales, intervalos de monotonía, puntos de inflexión, intervalos de concavidad y grafique la función.

4. Encuentre el máximo de $h(x, y, z) = \ln x + \ln y + 3 \ln z$ en la porción de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ en la que $x > 0$, $y > 0$ y $z > 0$.

5. Use el teorema de Green para calcular sobre la frontera del cuadrado con vértices $(\pm 2, \pm 2)$ recorrido en sentido positivo, la siguiente integral de línea

$$\oint_{\gamma} y^2 dx + x dy.$$