

Examen de Cálculo

ECAL

Jueves, 25 de noviembre de 2024

1. Un alambre de 20 metros se corta en dos pedazos. Con uno de ellos se forma el perímetro de un triángulo equilátero, y con el otro el de un cuadrado. Encuentra en qué punto se debe cortar el alambre para maximizar la suma de las áreas acotadas por las dos figuras de alambre.

2. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $f(x) = x^4 - 4x + a$, función de los reales en los reales. Determina los valores de a de forma que f tenga exactamente dos raíces reales diferentes.

3. Justifica la siguiente desigualdad

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx > 1.$$

4. Si $u = (-1, 2)$ y $v = (2, -1)$, encuentra un vector unitario $w = (x, y)$ tal que la suma de los cuadrados de las proyecciones de u y v sobre w es máxima.

5. Calcula el volumen de la intersección entre las tres siguientes regiones en $\mathbb{R}^3$:

$$\{(x, y, z) | z \geq x^2 + y^2\}, \quad \{(x, y, z) | y \geq 3\}, \quad \{(x, y, z) | z \leq 16\}.$$