

ECAL: CÁLCULO

ENERO 2024

1. Un alambre de 20 metros se corta en dos pedazos. Con uno de ellos se forma el perímetro de un triángulo equilátero, y con el otro el perímetro de un cuadrado. Determine el punto en el que se debe de cortar el alambre para maximizar la suma de las áreas acotadas por las dos figuras de alambre.

2. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $f(x) = x^4 - 4x + a$ una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Determine los valores de a tales que f tenga exactamente dos raíces reales distintas.

3. Justifique la desigualdad $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx > 1$.

4. Si $u = (-1, 2)$ y $v = (2, -1)$, encuentre un vector unitario $w = (x, y)$ tal que la suma de los cuadrados de las proyecciones de u y v sobre w es máxima.

5. Calcule el volumen de la intersección entre las siguientes regiones de $\mathbb{R}^3$,
 $\{(x, y, z) \mid z \geq x^2 + y^2\}$, $\{(x, y, z) \mid y \geq 3\}$, $\{(x, y, z) \mid z \leq 16\}$.